

Universidad Carlos III de Madrid



Ingeniería Industrial: Tecnologías Energéticas

PROYECTO FIN DE CARRERA

**ESTUDIO EXPERIMENTAL Y MODELIZACIÓN
TEÓRICA DE UN HORNO SOLAR
DE ACUMULACIÓN**

Autor: Isaac de Orbaneja Jiménez

Tutor: Antonio Soria Verdugo

JULIO 2010

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA TÉRMICA Y FLUIDOS

INDICE

Capítulo 1: Introducción	1
1.1 Objetivos	2
1.2 Situación en Nicaragua	4
 Capítulo 2: Estudio del estado del arte	 5
2.1 Introducción	6
2.2 Tipos de cocinas solares	9
2.2.1 Cocinas de concentración	9
2.2.2 Cocinas de acumulación	11
 Capítulo 3: Proceso experimental	 16
3.1 Introducción	17
3.2 Elección de un modelo de cocina solar	18
3.3 Construcción de una cocina solar de acumulación	21
3.3.1 Carcasa	22
3.3.2 Placa de acumulación	22
3.3.3 Ventana	24
3.3.4 Accesorios y acabados	24
3.4 Instalación experimental: Instrumentación	26
3.4.1 Temperatura	26
3.4.2 Radiación solar	28
3.5 Obtención de datos experimentales	31
 Capítulo 4: Modelo teórico	 39
4.1 Objetivos	40
4.2 Definición de volúmenes de control y condiciones de contorno	42
4.2.1 Volúmenes de control. Análisis	44
4.2.2 Condiciones de contorno	50
4.2.2.1 Introducción	50
4.2.2.2 Obtención de ecuaciones	53
4.3 Sistema de ecuaciones	60
4.3.1 Obtención de ecuaciones	61
4.3.1.1 VC1: Placa de acumulación	61
4.3.1.2 VC2: Aire interno sobre placa	64
4.3.1.3 VC3: Aire interno bajo placa	66
4.3.1.4 VC4 y VC5: Pared de corcho y pared de madera ...	68
4.3.1.5 VC6: Cristal interior	71
4.3.1.6 VC7: Cristal exterior	74
4.3.1.7 VC8 y VC9: Suelo de corcho y suelo de madera ...	76
4.3.2 Ecuación matricial	79
4.3.2.1 Matriz [A]	79
4.3.2.2 Vector [T]	85
4.3.2.3 Vector [b]	86
4.4 Validación del modelo	87
4.4.1 Estados estacionarios $Q \neq 0$ y $T_A = \text{cte}$	89
4.4.2 Estados estacionarios $Q = 0$ y $T_A \neq \text{cte}$	94
4.5 Comportamiento del modelo ante entradas reales	95

Capítulo 5: Análisis de resultados	99
5.1 Comparativa modelo teórico – medidas experimentales	100
5.2 Modelo teórico corregido	108
5.2.1 Ajuste de valores de resistencias térmicas	108
5.2.2 Comparativa modelo teórico corregido – medidas experimentales	113
5.3 Conclusiones	122
Capítulo 6: Funcionamiento en Nicaragua y otros países	124
6.1 Managua (Nicaragua)	126
6.2 Rivas (Nicaragua)	130
6.3 Nueva Delhi (India)	134
6.4 La Paz (Bolivia)	137
6.5 Addis Abeba (Etiopía)	143
Capítulo 7: Conclusiones	147
7 Conclusiones	148
Bibliografía	152

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Objetivos

1.2 Situación en Nicaragua

1.1 OBJETIVOS

El objeto que debe tener cualquier proyecto de fin de carrera de una ingeniería es hacer uso de un apartado lo más amplio posible de los conocimientos adquiridos en el plan de estudios para dar forma a un trabajo que tenga una aplicación práctica real. Dicho trabajo debe ampliar la formación del estudiante a través de una labor de investigación que incluya tanto la búsqueda de documentación como la puesta en práctica de forma experimental del tema tratado. Todo lo anterior debe dejar espacio para que el estudiante ponga en práctica su creatividad al plantear una aproximación teórica, en el tratamiento experimental y finalmente para argumentar correctamente los resultados y las conclusiones obtenidas. No obstante, estos objetivos son difíciles de encontrar conjuntamente en un único proyecto.

En el presente trabajo se han procurado satisfacer todas aquellas premisas a través del estudio de un horno solar de acumulación. Se trata de un aparato sencillo en su construcción y funcionamiento, pero que se ajusta muy bien como objeto de estudio.

Un horno solar puede ser construido con materiales comunes y herramientas convencionales. De hecho se ha construido artesanalmente uno para este proyecto fin de carrera sobre el cual se llevará a cabo un estudio teórico-experimental. Además, la simplicidad de funcionamiento, construcción y operación permiten hacer un acercamiento detallado a los fundamentos físicos en los que se basan estos aparatos.

El objeto de estudio elegido hace posible que este trabajo incluya el proceso de diseño y construcción del mismo, su análisis teórico y también su estudio experimental. Tres apartados que aportan valor a un proyecto fin de carrera de ingeniería y no son fáciles de incluir conjuntamente.

El estudio teórico de un horno solar de acumulación resulta especialmente interesante ya que no es fácil encontrar modelos sencillos al respecto. Por tanto la aproximación teórica de este trabajo es original y no está basada en ningún otro trabajo previo.

Los principales conocimientos adquiridos en el plan de estudios de Ingeniería Industrial que se han puesto en práctica en este documento tienen que ver fundamentalmente con la termodinámica, la ingeniería térmica, la energía solar y los métodos numéricos en ingeniería.

En lo que se refiere a la termodinámica, el horno solar se ha considerado como un conjunto de volúmenes de control relacionados entre sí mediante las condiciones de contorno necesarias.

La ingeniería térmica tiene un papel protagonista ya que la transferencia de calor entre los volúmenes de control antes mencionados se produce a través de tres modalidades de transferencia de energía térmica: radiación, convección y conducción.

También se han empleado conceptos de métodos numéricos en ingeniería para dar forma a un modelo matemático que permite predecir el funcionamiento del horno solar. Dicha estructura se basa en un sistema de ecuaciones lineales que se obtienen del grupo de volúmenes de control y las relaciones entre ellos a través de transferencias de calor. Como resultado, el modelo es capaz de predecir la temperatura en el interior del horno solar y su evolución a través del tiempo. Es decir, el modelo matemático puede estudiar estados transitorios. Esto resulta muy importante porque en el funcionamiento real de un horno solar nunca se dan procesos estacionarios dado que depende fundamentalmente de la irradiación solar, que es variable en el tiempo.

El apartado experimental de este proyecto fin de carrera ha tenido dos objetivos, en primer lugar proporcionar datos de entrada al modelo matemático, y en segundo lugar estudiar el funcionamiento del horno solar.

Las magnitudes físicas a medir son irradiación solar y temperatura ya que el funcionamiento de un horno solar de acumulación está condicionado por estos dos factores ambientales. La irradiación solar actúa como fuente de energía y la temperatura ambiente determina las pérdidas de calor del horno con el entorno. Estos dos datos son las entradas que necesita el modelo matemático para calcular las distintas temperaturas en el interior del horno. Cabe destacar la gran variación de la irradiación solar en el tiempo por lo que ha resultado necesario que el modelo matemático incluya el tiempo como variable. Un modelo incapaz de estudiar procesos transitorios no habría estimado resultados realistas ni aprovechables.

La irradiación solar global se ha podido medir mediante un piranómetro propiedad de la Universidad Carlos III. Como se verá en capítulos posteriores, la orientación de este aparato permite que los datos obtenidos de él puedan ser aplicados directamente al modelo matemático del horno solar.

Las temperaturas se han medido mediante termopares conectados a un data-logger. Los puntos de interés son el ambiente alrededor del horno y el interior del propio horno.

Las campañas de medición han consistido en medir simultáneamente la irradiación solar, la temperatura interior del horno y la temperatura ambiente. De esta forma ha resultado posible dar datos de partida al modelo matemático y también validar la temperatura interior del horno calculada por éste.

El objeto último de este proyecto es garantizar la validez del modelo matemático. Si esto se consigue, será posible predecir el funcionamiento del horno solar en cualquier localización del mundo y en cualquier día del año simplemente teniendo los datos correspondientes de irradiación solar global y temperatura ambiente. Todos ellos datos climatológicos que no suelen ser difíciles de conseguir.

1.2 SITUACIÓN EN NICARAGUA

La idea de elegir un horno solar como tema para un proyecto fin de carrera procede de la colaboración existente entre la Universidad Carlos III de Madrid y las nicaragüenses Universidad Nacional de Ingeniería (UNI) y la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua (UNAN). Esta colaboración consiste, entre otras cosas, en la puesta en común de conocimientos sobre energías renovables y eficiencia energética. El horno solar puede considerarse relacionado con estas dos disciplinas. Además las dificultades económicas de aquel país, y la elevada radiación solar con que cuenta, hacen interesante un horno que permite cocinar alimentos solamente con energía solar, y que se puede montar con materiales y herramientas fácilmente accesibles y baratos. Pueden resultar especialmente útiles en ciertas comunidades sin acceso a energía eléctrica en donde se cocina con leña que hay que reunir y almacenar.



Figura 1.2.1 Situación geográfica de Nicaragua

Nicaragua está situada en Centroamérica entre Costa Rica y Honduras, limita al este con el mar Caribe y al Oeste con el océano Pacífico. El país tiene 5.5 millones de habitantes y se extiende hasta los 130.000 km², lo que equivaldría aproximadamente a la suma de las extensiones de Extremadura, Castilla – La Mancha y Madrid. Años de dictaduras, guerras civiles e intervenciones extranjeras han afectado duramente el desarrollo económico y social del país. Además la zona suele ser víctima de diferentes desastres naturales como terremotos, inundaciones, huracanes o erupciones volcánicas que han contribuido a minar la base económica del país y han causado numerosas bajas humanas.

Nicaragua ocupa el lugar 110 en el Índice Mundial de Desarrollo Humano confeccionado por las Naciones Unidas en el año 2005. En esta clasificación se tienen en cuenta distintos factores sociales y económicos, Nicaragua está situada junto a países como Moldavia y Turkmenistan, con una renta per cápita de 3.674 \$ (España 27.169 \$) y una esperanza de vida de 71.9 años (España 80.5 años).

CAPÍTULO 2

ESTUDIO DEL ESTADO DEL ARTE

2.1 Introducción

2.2 Tipos de cocinas solares

2.2.1 Cocinas de concentración

2.2.2 Cocinas de acumulación

CAPITULO 2: ESTUDIO DEL ESTADO DEL ARTE

2.1 INTRODUCCIÓN

Se puede definir cocina solar como aquel dispositivo que transforma la radiación solar en energía térmica con el fin de cocinar alimentos. Debido a la baja densidad energética, tanto espacial como temporal de la radiación solar se suelen emplear dos maneras de obtener calor: la concentración de la irradiación solar en un punto y el aprovechamiento del efecto invernadero. Ambos efectos se pueden combinar en el diseño de una cocina solar, sin embargo aquellos modelos en donde predomina el efecto invernadero se suelen denominar cocinas de acumulación. El resto de modelos son las llamadas cocinas de concentración.

Cabe destacar que no es imprescindible alcanzar altas temperaturas para cocer alimentos. Por ejemplo se puede preparar pasta, arroz o legumbres sin necesidad de hervir agua, simplemente se precisa un mayor tiempo de cocción.

Este proyecto se concentrará en el diseño de una cocina solar en donde únicamente entrará en juego el efecto invernadero, se trata por tanto de una cocina solar de acumulación.

Para diseñar y utilizar cualquier tipo de cocina solar es necesario conocer algunos conceptos elementales de ingeniería solar como algunas características de la irradiación solar y la predicción de la posición del Sol en función de la situación geográfica, del día del año y de la hora.

La radiación solar que incide sobre un cuerpo en la superficie de la Tierra tiene tres componentes:

- Irradiación directa

Es la más potente, llega directamente desde el Sol. Está compuesta de rayos paralelos entre sí y por tanto se pueden redireccionar y concentrar utilizando superficies reflectantes o lentes.

- Irradiación difusa

Es la irradiación procedente de las sucesivas reflexiones que sufren los rayos de luz solar a través de la atmósfera. No tiene una dirección predominante y contiene menos energía que la irradiación directa.

- Irradiación reflejada

Es la irradiación que alcanza un cuerpo procedente de la reflexión de las irradiaciones directa y difusa en los cuerpos y superficies del entorno.

Las cocinas de concentración aprovechan únicamente la irradiación solar directa. Si utilizan una superficie reflectante de geometría parabólica y su eje está orientado hacia el Sol, por definición geométrica toda la irradiación directa

se reflejará en un único punto: el foco de la parábola (donde se coloca la olla). Por este motivo este tipo de cocinas deben ser continuamente reorientadas para seguir el recorrido del Sol. Las irradiaciones difusa y reflejada inciden en la parábola con orientaciones aleatorias por lo que en general no serán reflejadas hacia el foco, es decir, no se aprovechan.

Por otro lado, como veremos más adelante, las cocinas de acumulación son capaces de aprovechar toda irradiación que entra en ellas independientemente de su orientación de incidencia. Es decir, hacen uso de los tres tipos de irradiación solar.

El recorrido del Sol por el cielo en cualquier punto de la Tierra se define en función de la altura solar y el ángulo horario. El comportamiento de estos ángulos es consecuencia directa de la forma en que la Tierra orbita alrededor del Sol.

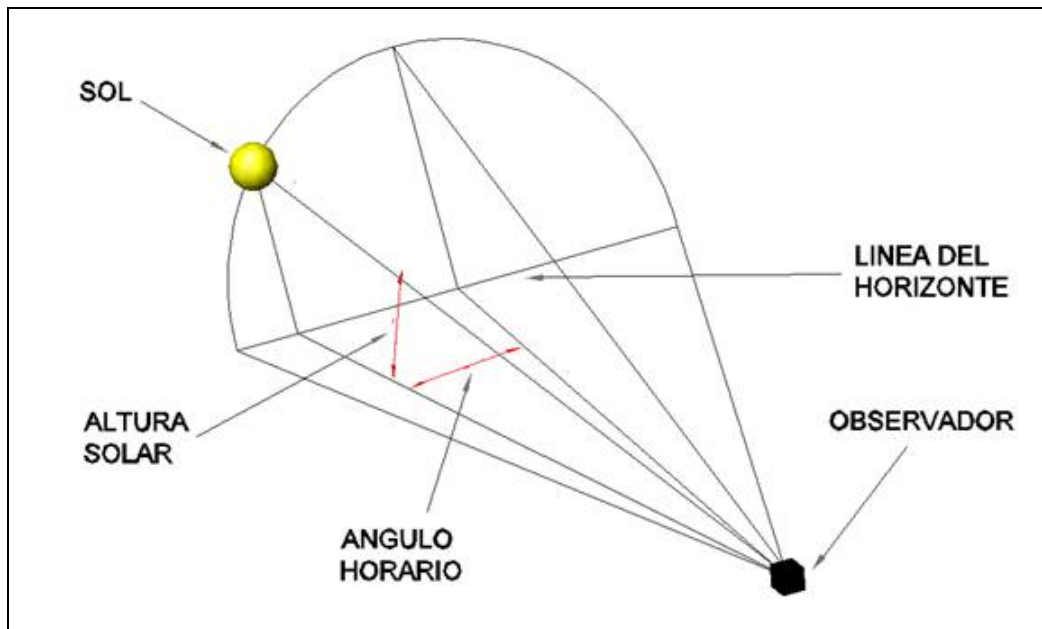


Figura 2.1.1 Ángulo horario y altura solar

- Ángulo horario

Se define como el ángulo entre el plano que pasa por el eje de rotación de la Tierra y el punto geográfico considerado y el plano que pasa por el eje de rotación de la Tierra y el centro del Sol. Su valor es negativo al amanecer, va aumentando hasta llegar a cero en el punto en que el sol alcanza su punto más alto (mediodía solar) y finalmente llega a su valor máximo en la puesta de Sol. En este recorrido la tasa de variación es de 15 grados por hora.

La amplitud que alcanza el ángulo horario varía con el día del año. En el hemisferio norte la amplitud mínima se alcanza en el solsticio de invierno (21 diciembre) y la máxima en el solsticio de verano (21 junio). Los valores exactos de estas amplitudes varían dependiendo de la latitud geográfica,

por ejemplo en el Trópico de Cáncer la amplitud máxima es de 180° y en el Círculo polar Ártico la amplitud mínima es de 0° .

- Altura solar

Se define como el ángulo entre la línea que une al Sol con el observador y la horizontal. Su valor es cero en el amanecer, aumenta hasta alcanzar un máximo (cénit) en el mediodía solar, y pasa a decrecer hasta llegar a cero de nuevo en la puesta de Sol.

Al igual que el ángulo horario, la altura solar en el cént también es variable en función del día del año y la latitud geográfica. En el hemisferio norte el cént máximo se alcanza en el solsticio de verano y el mínimo en el solsticio de invierno.

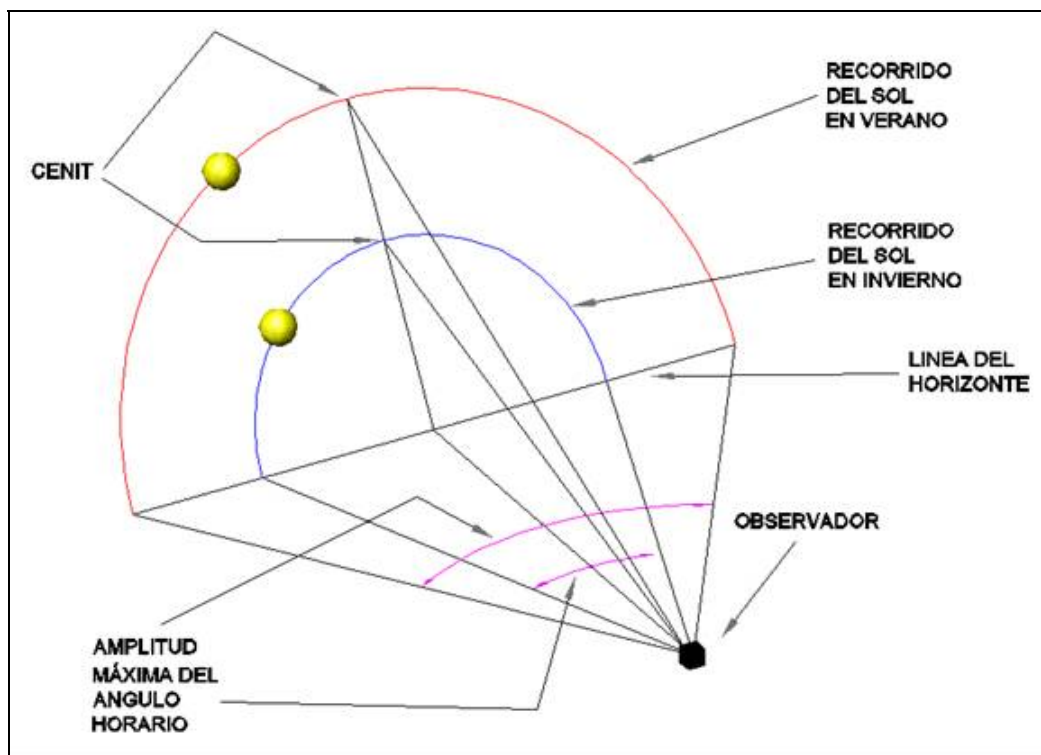


Figura 2.1.2 Variación de la amplitud del ángulo horario y de la altura solar en el cént a lo largo del año en el hemisferio norte

2.2 TIPOS DE COCINAS SOLARES

2.2.1 COCINAS DE CONCENTRACIÓN

Las cocinas de concentración utilizan superficies reflectantes o lentes que concentran la radiación solar sobre el recipiente de cocción o directamente sobre el alimento.

Las principales ventajas de este tipo de cocinas solares es que alcanzan temperaturas altas y tiempos bajos de preparación de alimentos. Hay que tener en cuenta que en un día despejado la irradiación solar global puede alcanzar fácilmente los 800 W/m^2 . Con una superficie reflectante de 2 m^2 se consigue una potencia calorífica de alrededor de 1.500 W , suficiente para freír o asar igual que en una cocina convencional.

Por otra parte, hay desventajas como la necesidad de radiación solar directa, lo que supone una reorientación continua del aparato para alinear los reflectores con la posición del Sol. Además los alimentos se enfrían rápidamente si se pierde el foco o si se pone el Sol, existen problemas de estabilidad del aparato en condiciones de viento, riesgo de fuego o quemaduras, molestias al usuario por reflejos o resplandores en la cara, etc. También cabe destacar que son más difíciles de construir, más caras y más difíciles de transportar que las cocinas de acumulación.

En la actualidad existe una gran variedad de modelos comerciales de cocinas de concentración, a continuación se muestran algunas de ellas.

- Longlife Premium

Se trata de un modelo comercial que fabrica y distribuye la empresa alemana *Sun and Ice L.C.* Está diseñada para ser portátil de forma que pueda desmontarse y guardarse después de cada uso. El panel reflector, de geometría parabólica, está fabricado con aluminio de alta reflexión. El modelo de mayor tamaño tiene un reflector de 140 cm de diámetro, alcanza los 200°C , tiene un precio de 329 € y pesa 18.5 Kg . Los tiempos de cocción son similares a los de una cocina convencional.



Figura 2.2.1 Modelo Long Life Premium

- Kundu Kaar

Su nombre significa “cocina solar” en un dialecto de Chad, es de fabricación alemana. Destaca principalmente por su bajo precio: 79.5 € incluida olla a medida. Se vende empaquetada para ser montada por el usuario, puede desarrollar una potencia de 400 W por lo que consigue poner en ebullición 1 litro de agua en unos 15 minutos. Sin embargo, no puede freír ni hornear, en las pruebas realizadas con aceite sólo alcanza un máximo de 170 °C.

La estructura de la parábola está fabricada totalmente en cartón y el soporte es de madera, es orientable manualmente y tiene un soporte para la cazuela.



Figura 2.2.2 Modelo Kundu Kaar

- Cocina china

Cocina promovida por las autoridades chinas para su distribución por zonas rurales con el objetivo de disminuir el uso de combustibles como el carbón y mejorar la tasa de emisión de CO₂ en el conjunto del país.

Está realizada a partir de hierro fundido de 3 mm de espesor, con una película de aluminio reflectante. La base permanece fija, reorientándose el reflector. Pesa alrededor de 80 kg. La temperatura en el punto focal alcanza los 900 °C.

Existen planes para su comercialización a gran escala en países occidentales.



Figura 2.2.3 Modelo chino

2.2.2 COCINAS DE ACUMULACIÓN

Las cocinas solares de concentración funcionan como un horno convencional cuya fuente de energía es la irradiación solar.

En definitiva lo que se persigue es calentar el aire del interior del horno. Este calentamiento se consigue con ayuda del llamado efecto invernadero junto con un correcto aislamiento térmico del aparato.

El efecto invernadero es un fenómeno que consiste en la acumulación de energía en aquellos recintos cuyas paredes o límites son opacos a algunas ondas electromagnéticas.

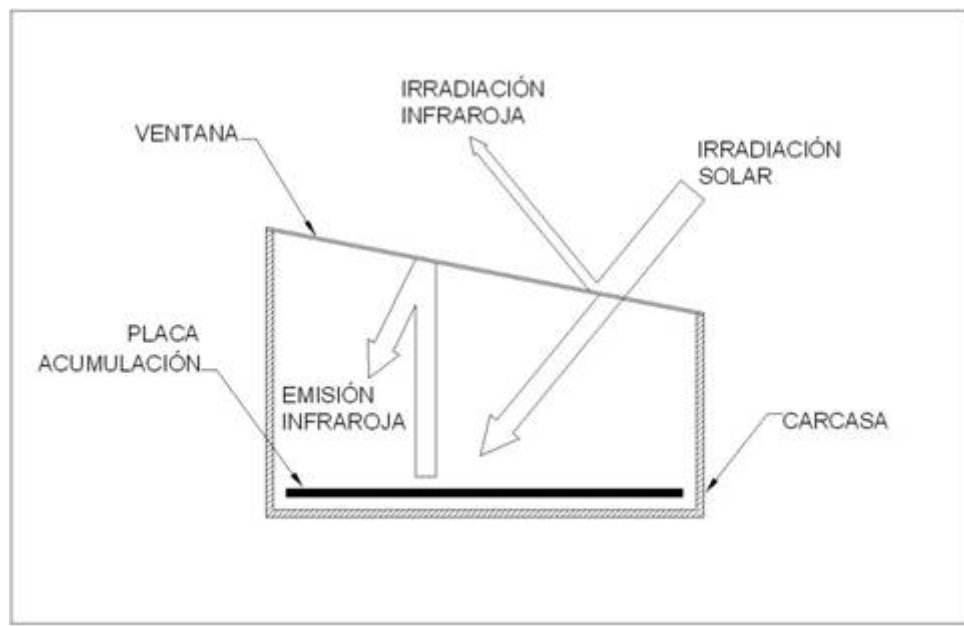


Figura 2.3.1 Efecto invernadero en un horno solar

La irradiación solar es un conjunto de ondas electromagnéticas de distintas longitudes de onda. Materiales como el cristal reflejan ciertas longitudes de onda infrarroja (no visible) mientras que dejan pasar el resto. Teniendo en cuenta esto, se puede esquematizar el efecto invernadero en los siguientes pasos:

- Paso 1

La irradiación solar incide sobre la ventana del horno. Cierta rango irradiación infrarroja se refleja, el resto accede al interior. Cabe destacar que las ondas infrarrojas son las menos energéticas por lo que la mayor parte de la energía solar accede sin problemas al horno.

- Paso 2

La irradiación incide directamente sobre la placa acumuladora del horno, o bien es reflejada sucesivamente por la superficie reflectante de las

paredes hasta incidir igualmente en la placa. La placa absorbe la irradiación y aumenta su temperatura.

- Paso 3

La placa acumuladora, debido a su aumento de temperatura, emite energía en forma de radiación infrarroja. Dicha radiación no puede salir del horno, es reflejada por las paredes reflectantes y por el cristal y termina siendo reabsorbida por la placa. Este efecto se repite en cadena de forma que se favorece el incremento de temperatura de la placa.

Una vez comprendido el mecanismo de funcionamiento de un horno solar de acumulación podemos describir cada una de sus partes.

- Carcasa

La carcasa del horno solar tiene dos funciones principales, asegurar la estanqueidad del aparato y proporcionar el mayor grado de aislamiento posible con el ambiente exterior. No es necesario que sea de un material rígido o especialmente consistente, existen modelos de cocinas desmontables cuya carcasa es un mero cartón que puede desplegarse y almacenarse en forma de lámina. Otros modelos son más robustos y tienen una carcasa rígida, con una puerta para poder acceder al interior y colocar o retirar los recipientes en que se preparan los alimentos. En cualquiera de los modelos siempre es necesario integrar una ventana en la parte superior para permitir la entrada de la irradiación solar.

El material de la carcasa debe tener el mayor grado posible de aislamiento térmico. En carcasas rígidas, es habitual utilizar madera y mejorar su aislamiento añadiendo una capa de corcho, papel de periódico, cartón etc. Si se puede asumir el coste se puede acudir a materiales aislantes comerciales como la lana de roca.

- Ventana

La ventana permite la entrada de la irradiación solar dentro del horno. Se pueden utilizar distintos materiales siempre que aseguren el efecto invernadero. En cocinas plegables puede usarse una lámina de plástico traslúcido y en las rígidas es más normal emplear cristal.

La orientación de la ventana depende de la latitud en donde se vaya a utilizar la cocina. En zonas próximas al ecuador lo más conveniente es que la ventana sea completamente horizontal ya que la altura solar oscila en torno a los 90°. En el hemisferio norte la ventana debe orientarse al sur con una inclinación que optimice la entrada de luz solar, teniendo en cuenta que la altura solar media a lo largo del año. En el hemisferio sur la indicación es análoga pero con orientación norte.

- Placa acumuladora

La placa acumuladora es el elemento que transforma la irradiación solar en energía térmica. Esta transformación obedece a un mecanismo muy sencillo, simplemente la placa aumenta su temperatura a costa de la energía que absorbe de la irradiación solar.

Es recomendable que la placa sea de metal por dos motivos. Primero, los metales tienen calores específicos bajos lo que les permite aumentar fácilmente de temperatura. Segundo, también tienen valores altos de conductividad térmica gracias a lo cual la placa puede tener una temperatura uniforme en toda su superficie. De esta forma se desprende calor uniformemente por toda la placa hacia el interior del horno.

Es muy importante que la placa esté pintada de negro. Cualquier superficie de este color absorbe toda la energía solar que incide en ella.

Las paredes interiores del horno deben estar forradas de material reflectante, como papel de aluminio por ejemplo. El objeto es asegurar que toda la luz solar que entra por la ventana del horno no sea absorbida por las paredes interiores del mismo, sino que sea reflejada consecutivamente hasta llegar a la placa acumuladora. Gracias a esto podemos considerar que toda la irradiación solar entrante en el horno, ya sea irradiación directa, difusa o reflejada termina siendo absorbida por la placa. La lámina reflectante, junto con el material de la ventana, también cumple la misma función con la irradiación infrarroja emitida por la propia placa, de forma que se favorece el efecto de acumulación.

En la actualidad existe una gran variedad de hornos solares de acumulación que se distribuyen comercialmente. A continuación se muestran algunos de ellos.

- SOS Sport

Se trata de un horno solar fabricado y distribuido por la organización estadounidense Solar Oven Society. Presenta el esquema básico de construcción descrito anteriormente, es decir, carcasa, ventana y placa acumuladora. Al interior se accede a través de la ventana que se puede poner y quitar por ser de plástico. Los fabricantes recomiendan, con buen criterio, utilizar ollas de color oscuro para que ellas funcionen directamente como placas acumuladoras. Es de pequeño tamaño por lo que tan sólo pesa unos 4.5 kg.

Para aumentar sus prestaciones se le puede añadir opcionalmente reflectores laterales. En condiciones óptimas se pueden llegar a alcanzar 140 °C.

Los fabricantes enfocan su producto al mercado doméstico estadounidense y también a países en vías de desarrollo. El precio de venta es de 168 \$.



Figura 2.3.2 Horno solar SOS Sport

- Global Sun Oven

Horno solar portátil de fabricación estadounidense. Lleva incluidos reflectores plegables y un soporte trasero para inclinar el horno, de esta manera aumenta la proporción de irradiación directa entrante. Alcanza los 180 °C y tiene un precio de 289 \$ en Estados Unidos.



Figura 2.3.3 Horno solar Global Sun Oven

- Villager Sun Oven

Es el horno solar de mayor tamaño y potencia que se comercializa actualmente. Dado su peso de 450 kg, incluye un remolque para su transporte. Es ajustable con dos grados de libertad para orientarse directamente hacia el Sol.

Alcanza los 260 °C, temperatura suficiente para hornear como en cualquier horno convencional. Incluye un accesorio para aporte de energía en caso de uso nocturno o día lluvioso. Es también de fabricación estadounidense, su precio oscila en torno a los 10.000 \$ dependiendo de los accesorios.



Figura 2.3.4 Horno solar Villager Sun Oven

- Cocina a través de la pared

Este horno consiste en colocar la caja de acumulación adosada a la fachada sur de la vivienda. El horno queda fijo en la pared, con la puerta en el interior de la vivienda. Se pueden añadir reflectores para mejorar su rendimiento. Puede alcanzar los 140 °C.

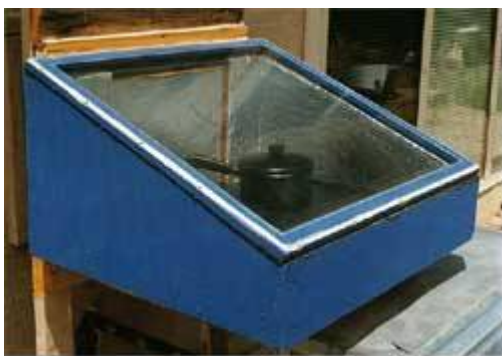


Figura 2.3.5 Horno solar adosado a pared

CAPÍTULO 3

PROCESO EXPERIMENTAL

3.1 Introducción

3.2 Elección de un modelo de cocina solar

3.3 Construcción de una cocina solar de acumulación

3.3.1 Carcasa

3.3.2 Placa de acumulación

3.3.3 Ventana

3.3.4 Accesorios y acabados

3.4 Instalación experimental: Instrumentación

3.4.1 Temperatura

3.4.2 Radiación solar

3.5 Obtención de datos experimentales

3.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se describe el procedimiento que se ha seguido para obtener un conjunto de datos experimentales que permitan estudiar la viabilidad de las cocinas solares en el entorno de cualquier país en vías de desarrollo.

Se han seguido los siguientes pasos:

1: Elección de un modelo de cocina solar.

Para esta elección se han establecido como criterios que el aparato sea de construcción sencilla y con materiales que se puedan conseguir fácilmente. También se han tenido en cuenta dos factores que no están directamente relacionados con el funcionamiento del aparato pero que son fundamentales para su análisis. En primer lugar se tuvo en cuenta los instrumentos de medida disponibles y la forma de aplicarlos al modelo a seleccionar. En segundo lugar había que tener una idea clara de cómo se podía plantear la simulación teórica del funcionamiento de la cocina.

2: Construcción de la cocina solar.

Una vez elegido el modelo de cocina solar, se realiza el diseño del mismo y se procede a su montaje. En esta fase se pudo evaluar el grado de dificultad a la hora de conseguir materiales y herramientas, además del tiempo y esfuerzo necesarios.

3: Obtención de datos

Una vez montada la cocina, en este capítulo también se describe el análisis de su operación. Se detallan los instrumentos para obtención de datos experimentales y la forma en que se han aplicado. Es muy importante poder valorar si los datos obtenidos son relevantes y se pueden utilizar para el perfeccionamiento del modelo de simulación teórica de la cocina. Esta última consideración es uno de los puntos fundamentales de este estudio, se tratará detalladamente en este capítulo y en otros posteriores.

3.2 ELECCIÓN DE UN MODELO DE COCINA SOLAR

El primer paso consiste en elegir el modelo de cocina solar más adecuado, como se indica en el capítulo dedicado al estado del arte existen dos tipos principales de cocinas solares, de concentración y de acumulación.

1. Cocinas de concentración.

1.1 Cocinas de concentración. Consideraciones constructivas

Esta modalidad de cocina solar cuenta con un panel reflectante correctamente diseñado para concentrar la energía solar en un único punto. El objetivo es montar un aparato suficientemente potente para que pueda utilizarse realmente en su función de cocinar alimentos, por lo que surgen una serie de inconvenientes. En primer lugar la solución más inmediata para la geometría de la superficie reflectante es darle forma parabólica. Se pueden buscar maneras de darle esta geometría a una superficie rígida y luego forrarla de material reflectante. El problema consiste en conseguir un resultado razonablemente robusto. Sería necesario enfrentarse al diseño y construcción de una estructura rígida y fiable para soportar la superficie parabólica que además debe ser orientable con dos grados de libertad para seguir el movimiento del Sol. Esta estructura debería tener capacidad mecánica para soportar el peso del reflector sumado a la previsible carga por viento sobre la misma, además del recipiente para cocinar y su contenido. Por otra parte está el inconveniente del transporte, ya que resulta previsible que el conjunto sería muy voluminoso, como mínimo se trataría de un disco parabólico de 1 metro de envergadura más la estructura de soporte.

1.2 Cocinas de concentración. Obtención de datos experimentales

El principal inconveniente de las cocinas de concentración durante su operación consiste en que es necesario reorientarlas cada pocos minutos siguiendo el recorrido del Sol. Esto implica que, para llevar a cabo una recogida de datos experimentales resulta necesario la presencia de al menos una persona de forma continuada. Esto hace más costoso la obtención de un conjunto amplio de datos que abarque todas las horas del día y todo tipo de condiciones ambientales.

Por otro lado hay que destacar que al lado de estos inconvenientes tenemos la interesante ventaja de que estas cocinas proporcionan una potencia calorífica muy alta. Es decir pueden conseguir muy altas temperaturas en poco tiempo, a diferencia de las cocinas de acumulación.

La recogida de datos requiere aparatos diferentes a los necesarios para las cocinas de acumulación. Sería necesario por un lado un pirheliómetro para obtener la radiación solar directa, que es la que se aprovecha en las cocinas de concentración. Se trata de un instrumento más caro que un piranómetro, que es el requerido para las cocinas de acumulación. Por otro lado un data logger para recoger las temperaturas representativas del funcionamiento de la cocina, por ejemplo la temperatura del agua dentro de un recipiente metálico (de color

negro) colocado en el foco de la superficie parabólica. Estos datos serían suficientes como soporte al desarrollo de un modelo teórico.

1.3 Cocinas de concentración. Planteamiento de simulación teórica

Un primer acercamiento al problema de calcular de forma teórica el funcionamiento de una cocina de concentración arroja el siguiente esquema.

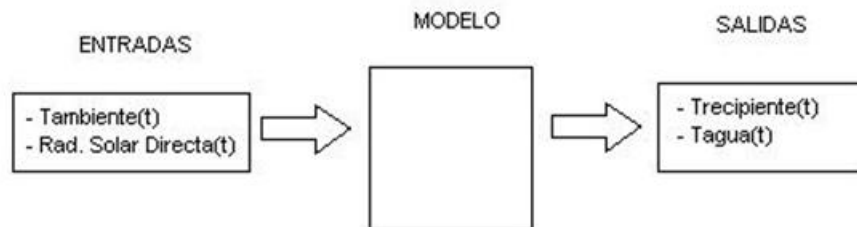


Figura 3.2.1 Esquema de modelo teórico básico para cocina solar de concentración

Teniendo en cuenta un sistema formado por superficie reflectante parabólica orientado hacia el Sol y recipiente lleno de agua colocado en el foco. El modelo tiene como entradas la temperatura ambiente y la radiación solar directa y como salidas la temperatura del recipiente y la del agua en su interior. Resulta viable plantear este esquema teórico ya que se puede validar con los datos experimentales que ofrecen los aparatos de medida disponibles (pirheliómetro para la radiación solar directa y data logger para temperaturas).

2. Cocinas de acumulación.

2.1 Cocinas de acumulación. Consideraciones constructivas

Las cocinas de acumulación se suelen construir como un cajón cuya pared superior es de cristal o plástico transparente para dejar pasar la radiación solar. A diferencia de las cocinas de concentración su diseño es muy sencillo, compacto y robusto. Su transporte presenta menos dificultades y es menos probable que se deteriore con el tiempo al no tener partes móviles. La carcasa debe estar formada por materiales aislantes, por ejemplo la madera es fácil de encontrar y barata. La ventana superior debe ser preferiblemente de cristal, pero se puede recurrir a plásticos transparentes. En el interior se puede colocar una placa metálica acumuladora, aunque no es imprescindible ya que los propios recipientes de cocina pueden cumplir la función de acumulación, eso sí, preferiblemente de color oscuro. Por último las paredes interiores deben estar forradas de papel reflectante, para ello se puede recurrir a papel de aluminio. Todos los materiales mencionados se consideran fácilmente accesibles en países en vías de desarrollo.

2.2 Cocinas de acumulación. Obtención de datos experimentales

Una ventaja importante de este tipo de cocinas es que no es necesario cambiar su orientación a lo largo del día. Simplemente basta con dejarlas con la ventana orientada hacia el sur (si se usa en el hemisferio norte). Esta

característica tiene la importante ventaja de que es posible llevar a cabo largos periodos de registro de datos experimentales, incluso durante semanas, sin necesidad de que haya nadie presente durante la medición. De esta manera es más fácil registrar el comportamiento de la cocina ante condiciones ambientales poco habituales lo cual resulta de gran utilidad para validar un posterior modelo teórico. A diferencia de las cocinas de concentración que sólo aprovechan la radiación solar directa, las cocinas de acumulación funcionan haciendo uso de la radiación solar reflejada y la global. Esta última magnitud es la suma de la radiación solar directa y la difusa. El aparato de medida requerido para determinar experimentalmente la radiación solar global se denomina piranómetro. Se trata de un instrumento más sencillo y barato que un pirheliómetro, el necesario para las cocinas de concentración.

2.3 Cocinas de acumulación. Planteamiento de simulación teórica

La simulación teórica de una cocina de acumulación puede plantearse de manera similar a la de una cocina de concentración. Sin embargo hay diferencias en las entradas del modelo porque además de la temperatura ambiente y la irradiación solar directa también son necesarias la irradiación difusa y la reflejada. Esto se debe a que las cocinas de acumulación aprovechan los tres componentes de la irradiación solar. Las salidas del modelo serán las temperaturas interiores del horno, que se pueden contrastar con medidas experimentales con los aparatos de medida disponibles.

Selección del aparato a fabricar.

Después de comparar las características constructivas, la forma de obtener datos experimentales y la manera de plantear una simulación teórica entre cocinas solares de concentración y acumulación se decidió elegir la cocina de acumulación.

Desde el punto de vista constructivo la cocina de acumulación es más sencilla, robusta y fácil de transportar. Además, resulta más fácil y cómodo obtener grandes cantidades de datos experimentales.

3.3 CONSTRUCCIÓN DE UNA COCINA SOLAR DE ACUMULACIÓN

Los componentes básicos de una cocina solar de acumulación son la carcasa, la ventana y la placa de acumulación. El diseño inicial tuvo como criterio que la cocina fuese lo más potente posible, es decir lo más grande posible, pero que a la vez fuese posible transportarla fácilmente en el maletero de un coche. El resultado final fue el diseño de una carcasa de $0,13 \text{ m}^3$ con una ventana de $0,4 \text{ m}^2$.

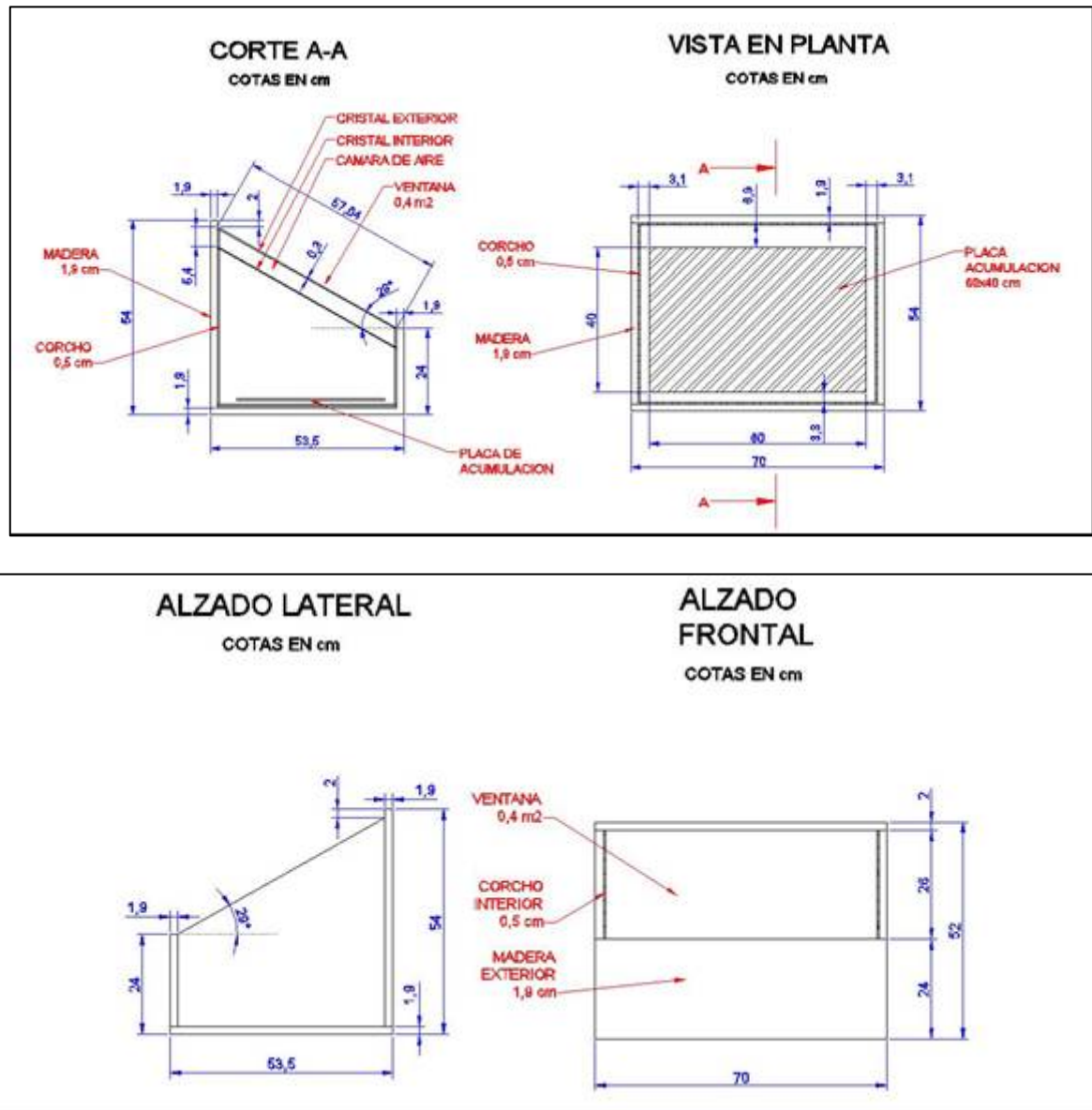


Figura 3.3.1 Diseño inicial de la cocina solar de concentración.

3.3.1 CARCASA

La carcasa se diseñó para que tuviese las siguientes características: rigidez, robustez, estanqueidad y adiabaticidad. Todo ello con materiales fáciles de conseguir y con un montaje sencillo con herramientas comunes.

El material base para la carcasa se decidió que fuese madera, concretamente aglomerado de madera. La madera cumple con todas las características buscadas pero tiene como inconveniente su alta densidad, alrededor de 600 kg/m^3 , lo que impide que el aparato sea ligero.

A pesar de que la madera tiene por sí misma un buen nivel de aislamiento térmico (conductividad térmica de $0,08 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ aproximadamente), se decidió mejorar la adiabaticidad de la carcasa. Para ello se pensó en láminas de corcho a aplicar en la cara interior de la carcasa. El corcho es un material muy común con muy baja conductividad, alrededor de $0,04 \text{ W/m}\cdot\text{k}$ (la mitad que la de la madera), además es muy ligero por lo que no contribuye a aumentar el peso total del aparato.

La madera se obtuvo en forma de tablero de $1,9 \text{ cm}$ de grosor. Las piezas de la carcasa se cortaron a partir de estos tablones mediante sierras convencionales para madera.

Las distintas piezas de madera de la carcasa se unieron entre sí en primer lugar con cola adhesiva y posteriormente mediante tornillos autorroscantes aplicados con una atornilladora eléctrica.

El corcho se adquirió en forma de planchas de $0,5 \text{ cm}$ de grosor. Las piezas se cortaron con sierra y se fijaron a las caras interiores de la carcasa mediante cola adhesiva. Se decidió aumentar el aislamiento de la parte inferior de la carcasa con una capa más de corcho por ser ésta la más cercana a la placa de acumulación. En el mismo lugar se dejaron una serie de pequeños tacos de corcho para servir de soporte a la placa de acumulación.

Una vez terminada la carcasa, las caras interiores de la misma se forraron con superficie reflectante. El material elegido para ello fue papel de aluminio de uso alimenticio que se puede adquirir en forma de rollos. Las piezas de este papel se recortaron con tijera y se fijaron a las caras interiores de la carcasa con cola adhesiva.

3.3.2 PLACA DE ACUMULACIÓN

La placa de acumulación debe tener las siguientes características:

- Buena absorción de radiación térmica.
- Resistencia térmica, es decir que pueda soportar altas temperaturas sin deformarse ni deteriorarse.
- Alta conductividad térmica, para asegurar una temperatura uniforme en toda la superficie de la placa.

- Alta inercia térmica, para tener capacidad de entregar calor durante mayor tiempo en ausencia de irradiación solar.
- Rigidez, para servir de soporte a los recipientes de cocina.

Los metales en general cumplen todos los requerimientos antes mencionados para la función de placa de acumulación. Aparte de su capacidad para soportar altas temperaturas sin deteriorarse, tienen una inercia térmica superior a otros posibles materiales como piedra o arcilla.

Cuando se habla aquí de inercia térmica se quiere hacer referencia a la capacidad de un material para entregar energía térmica durante la mayor cantidad de tiempo posible disminuyendo su temperatura lo más lentamente posible.

Esta propiedad se expresa a través del calor específico multiplicado por la densidad. En la siguiente tabla se ofrece una comparación entre la inercia térmica de un metal (acero inoxidable), ladrillo y piedra (granito).

Acero inoxidable: $\rho \cdot c_p = 400 \text{ [J/(kg}\cdot\text{K)]} \cdot 8.000 \text{ [kg/m}^3\text{]} = \mathbf{3.200 \cdot 10^3 \text{ [J/(m}^3\cdot\text{K)]}}$

Ladrillo: $\rho \cdot c_p = 830 \text{ [J/(kg}\cdot\text{K)]} \cdot 1.900 \text{ [kg/m}^3\text{]} = 1.577 \cdot 10^3 \text{ [J/(m}^3\cdot\text{K)]}$

Piedra (granito): $\rho \cdot c_p = 775 \text{ [J/(kg}\cdot\text{K)]} \cdot 2.600 \text{ [kg/m}^3\text{]} = 2.015 \cdot 10^3 \text{ [J/(m}^3\cdot\text{K)]}$

Para ilustrar la ventaja de tener un $\rho \cdot c_p$ alto se puede poner el siguiente ejemplo. Una placa de 40 cm x 30 cm de 0,5 cm de grosor entregando 1.000 W de potencia térmica de forma continua tarda en disminuir su temperatura 10 °C las siguientes cantidades de tiempo en función de su material:

Acero inoxidable:

$$(c_p \cdot \rho \cdot \Delta T \cdot V) / t = (3.200 \cdot 10^3 \text{ [J/(m}^3\cdot\text{K)]} \cdot 10 \text{ [K]} \cdot 6 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^3\text{]}) / 1.000 \text{ [J/s]} = \mathbf{19,2 \text{ [s]}}$$

Ladrillo:

$$(c_p \cdot \rho \cdot \Delta T \cdot V) / t = (1.577 \cdot 10^3 \text{ [J/(m}^3\cdot\text{K)]} \cdot 10 \text{ [K]} \cdot 6 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^3\text{]}) / 1.000 \text{ [J/s]} = \mathbf{09,5 \text{ [s]}}$$

Piedra (granito):

$$(c_p \cdot \rho \cdot \Delta T \cdot V) / t = (2.015 \cdot 10^3 \text{ [J/(m}^3\cdot\text{K)]} \cdot 10 \text{ [K]} \cdot 6 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^3\text{]}) / 1.000 \text{ [J/s]} = \mathbf{12,1 \text{ [s]}}$$

Se puede comprobar que a igualdad de condiciones el metal tarda más en perder temperatura, por tanto es capaz de entregar calor durante más tiempo a falta de irradiación solar.

Además los metales tienen la ventaja de tener una alta conductividad térmica lo que favorece que la placa tenga una temperatura uniforme en toda su superficie.

Teniendo en cuenta lo anterior se adquirió en una cerrajería un recorte de 60cm x 40cm de acero inoxidable de 0,5 cm de grosor. Para aumentar su absortividad de la radiación solar se pintó de color negro con una pintura convencional aplicada con spray.

Una vez construida la carcasa del horno se colocó la placa en su interior, dejándola apoyada en una serie de tacos de corcho que impiden que haya un contacto directo entre la propia placa y la pared inferior de la carcasa. Esta separación dificulta la pérdida de calor hacia el exterior desde el elemento más caliente (la placa).

3.3.3 VENTANA

La ventana de la parte superior es la encargada de que se produzca el efecto invernadero en el interior de la cocina, dejando entrar la irradiación solar e impidiendo la salida de irradiación de baja frecuencia desde el interior. Debido al criterio de obtener un diseño sólido y robusto se eligió cristal como material en lugar de plásticos o similares.

El principal problema del cristal es su alta conductividad térmica ($1,4 \text{ [W/(m}\cdot\text{K)]}$), casi 20 veces el mas que la de la madera. Esto quiere decir que el aislamiento térmico que proporciona la carcasa podría quedar desbaratado por las pérdidas de calor a través de la ventana.

Para evitar esto se decidió instalar un doble cristal, dejando una cámara de aire estanco que funcione como aislante térmico.

Se emplearon 2 piezas de cristal de 55 cm x 70 cm (aproximadamente) y 3 mm de grosor, cortadas en cristalería tras haber tomado medidas en la carcasa terminada. Para mejorar la fijación de los cristales, y para asegurar una correcta estanqueidad, se aplicó en las juntas silicona con pistola de mano.

3.3.4 ACCESORIOS Y ACABADOS

Existen varias posibilidades de diseño para el acceso al interior del horno. Finalmente se eligió una trampilla en la parte posterior de la carcasa. Se establecieron unas dimensiones de 40 cm x 60 cm, consideradas suficientes para pasar recipientes de cocinado. La trampilla se abre de forma vertical hacia abajo con una bisagra tipo piano fijada con tornillos autorroscantes. Para evitar problemas de estanqueidad se decidió utilizar para la puerta un cierre a presión, también atornillado. Además se colocó una junta machihembrada de material sintético en todo el contorno de la trampilla fijada mediante cola adhesiva y clavos.

La carcasa exterior también recibe irradiación solar y puede contribuir a la acumulación de calor en su interior. Para potenciar este efecto se decidió pintarla en su totalidad de color marrón con pintura convencional y brocha.

Finalmente, para mejorar el transporte y trasiego de la cocina se atornillaron unas asas a los laterales de la carcasa y ruedas en la parte inferior.



Figura 3.3.2 Vista general de la cocina solar de concentración.



Figura 3.3.3 Interior de la cocona solar a través de la trampilla.

3.4 INSTALACIÓN EXPERIMENTAL: INSTRUMENTACIÓN

Un horno solar de acumulación se puede considerar en una primera aproximación como una caja negra que tiene como entradas la irradiación solar y la temperatura ambiente, y ofrece como salidas un conjunto de temperaturas en el interior del aparato.

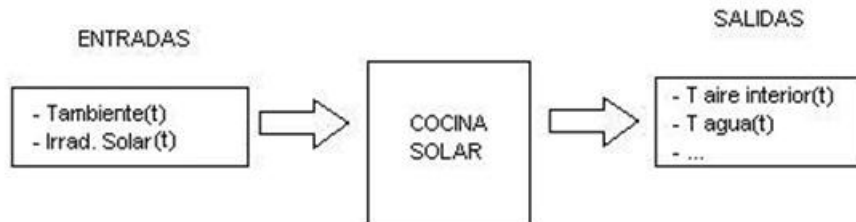


Figura 3.4.1 Esquema inicial de funcionamiento de un horno solar de acumulación.

Tenemos como variables experimentales la irradiación solar y una serie de temperaturas. En este capítulo se trata sobre qué instrumentación se ha empleado para medir estas dos variables experimentales y de qué manera se ha aplicado al caso concreto de un horno solar.

3.4.1 TEMPERATURA

La manera más directa de comprobar si el diseño y la ejecución del horno solar han sido correctos es a través de las temperaturas que es capaz de alcanzar.

Se ha considerado que las siguientes temperaturas son las imprescindibles para evaluar el funcionamiento del horno:

- Temperatura del aire interior del horno.
- Temperatura de la placa de acumulación.
- Temperatura ambiente.

También es interesante saber la temperatura de la carcasa de madera para evaluar el grado de aislamiento térmico que tiene el aparato.

Los instrumentos empleados para la medición de estas temperaturas son termopares conectados a un *data logger*.

La medida de temperatura con el termopar está basada en el *efecto Seebeck* que es una propiedad termoeléctrica que consiste en la creación de una diferencia de potencial entre dos metales o semiconductores diferentes en presencia de una diferencia de temperatura.

En definitiva, un termopar traduce cualquier temperatura en un voltaje determinado. Este voltaje se transmite a través del conector hasta un aparato (*data logger*) que es capaz de interpretarlo y almacenarlo como un dato de temperatura.

Existen varios tipos de termopares dependiendo de los materiales con que están fabricados.

TIPO	MATERIAL	CARACTERÍSTICAS
K	Cromo / Aluminio	Económico. Altas temperaturas.
E	Cromo / Aleación Cr-Ni	Bajas temperaturas.
J	Hierro / Aleación Cr-Ni	Económico.
N	Aleación Ni-Cr-Si / Aleación Ni-Si	Altas temperaturas
B-R-S	Platino / Rodio	Altas temperaturas. Alta precisión. Alto coste.

En este caso se eligieron termopares de tipo K de la marca *TESTO* debido a que el fabricante garantizaba un rango de temperaturas y una precisión que resultaban adecuados.

Rango de medición termopar tipo K: -200 a +1.000 °C

Exactitud: $\pm 0,3$ °C (-100 a +70 °C)
 $\pm 0,5$ % de la lectura (+70,1 a +1.000 °C)
 $\pm 1,5$ % de la lectura (-200 a -100,1 °C)

El rango de temperaturas que se registrarán en un horno se espera que estén entre un mínimo que nunca superará unos pocos grados bajo cero en época invernal por la noche. En el otro extremo del rango, la temperatura máxima de la placa de acumulación es una incógnita hasta que no se realicen las primeras mediciones, sin embargo el valor máximo admisible de la sonda (1.000 °C) parece más que suficiente.



Figura 3.4.2 Termopar.

Por otra parte la información (en forma de voltaje) que ofrecen los termopares ha de ser traducida a un dato de temperatura y almacenada en una memoria. Este es el cometido de un *data logger*. En este caso se ha elegido el modelo 177-T4 también de la marca *TESTO*. Se trata de un dispositivo electrónico portátil, de pequeño tamaño, alimentado con pilas, que se puede dejar funcionando en el lugar de la medición sin necesidad de ninguna intervención hasta la recogida de datos. Posee las siguientes características:

Data Logger TESTO 177-T4

Parámetro de medición:	Temperatura (°C / °F)
Sensores:	Termopares tipo K, T y J
Número de canales de medición:	4 entradas para sensor
Rango de medición termopar tipo K:	-200 a +1.000 °C
Rango de medición termopar tipo T:	-200 a +400 °C
Rango de medición termopar tipo J:	-100 a +750 °C
Exactitud:	±0,3 °C (-100 a +70 °C) ±0,5 % de la lectura (+70,1 a +1.000 °C) ±1,5 % de la lectura (-200 a -100,1 °C)
Resolución:	0,1 °C
Temperatura almacenamiento:	-40 a +70 °C
Temperatura funcionamiento:	-0 a +70 °C
Dimensiones:	103 x 64 x 33 (mm)
Peso:	129 g
Pila:	Litio (1 AA)
Vida de la pila:	Típica 5 años

Importante destacar que el aparato cuenta con 4 entradas de datos lo que permite cubrir todas las temperaturas que se han considerado significativas en el estudio experimental del horno solar.

El aparato además cuenta con un adaptador que permite transmitir la información desde la memoria del *data logger* hasta un ordenador con puerto USB. Ya en el ordenador es posible editar los datos y darlos un formato adecuado.



Figura 3.4.3 *Data logger* TESTO 177-T4.

3.4.2 RADIACION SOLAR

El horno solar de concentración toma como fuente energética la radiación solar directa, la difusa y la reflejada. Estas magnitudes físicas se han podido registrar mediante un piranómetro instalado por el Departamento de Ingeniería Térmica

y de Fluidos de la Universidad Carlos III de Madrid. Como se verá posteriormente, el horno solar se ha puesto en funcionamiento para su campaña experimental en un lugar muy cercano a la localización de este piranómetro. Por lo tanto las lecturas obtenidas del mismo pueden considerarse válidas para caracterizar la energía recibida por el horno solar.

El principio de funcionamiento de un piranómetro consiste en un termopar sobre el que incide la radiación a través de dos cúpulas semiesféricas de vidrio. En función de la densidad del flujo de irradiación solar se emite un voltaje que se transmite hasta un *data logger* para traducir la señal en datos que quedan almacenados en su memoria interna.

El piranómetro empleado es de fabricación japonés, marca *EKO* modelo MS-602 y cumple con la norma ISO 9060 Clase II. Está conectado a un *data logger* propio que a su vez transmite los datos de irradiación a un ordenador donde quedan almacenados. Tiene las siguientes características:

CARACTERÍSTICA	DESCRIPCIÓN	MS-602	ISO 9060 CLASE II
ESPECTRO REGISTRABLE		300 a 2.800 nm	-
TIEMPO DE RESPUESTA	AL 95 %	17 s	< 60 s
ZERO OFF-SET	RESPUESTA A 200W/m ² RADIACIÓN TÉRMICA NETA	+10 W/m ²	+30 W/m ²
	RESPUESTA A 5 K/h DE CAMBIO EN TEMPERATURA AMBIENTE	±6 W/m ²	±8 W/m ²
NO ESTABILIDAD		- 1,7 %	± 3 %
NO LINEALIDAD		± 1,5 %	± 3 %
RESPUESTA DIRECCIONAL		±25 W/m ²	±30 W/m ²
SELECTIVIDAD ESPECTRAL		-1,1 %	-10%
RESPUESTA A TEMPERATURA		± 2 %	8 %
RESPUESTA A INCLINACION		± 2 %	± 5 %
CAMPO DE VISION		2π rad	-
SENSITIVIDAD		7,14 μV/W·m ⁻²	-
IMPEDANCIA		20 a 140 Ω	-
RANGO DE TEMPERATURA	RANGO GARANTIZADO	-10 a +50 °C	-
	SIN GARANTIA	-40 a +80 °C	-
PESO		230 g	-
ACABADO		BLANCO	-
CABLE DE SALIDA		2 x 0,3 mm ² , LONGITUD 10m	-
TORNILLOS DE NIVELACION		CABEZA HEXAGONAL 3 x M5 23mm	



Figura 3.4.4 Piranómetro EKO MS-602.

En este apartado queremos declarar nuestro agradecimiento al Grupo de Investigación de Ingeniería de Sistemas Energéticos de la Universidad Carlos III de Madrid por haber facilitado los datos de irradiación experimentales, sin los cuales este estudio habría quedado parcialmente indocumentado.

3.5 OBTENCIÓN DE DATOS EXPERIMENTALES

La toma de datos experimentales se llevó a cabo en la cubierta del edificio Betancourt del Campus de Leganés de la Universidad Carlos III. Los datos se obtuvieron a través de dos instalaciones funcionando en paralelo. Por un lado la toma de temperaturas mediante termopares conectados a un data logger y por otra parte mediante un piranómetro conectado a otro *data logger* distinto conectado a un ordenador. En ambos casos el ritmo de adquisición de datos se coordinó entre los dos sistemas para obtener un registro por minuto. Esta coordinación permitió acoplar los datos obtenidos de las dos fuentes en un mismo conjunto de datos con los cuales se puede trabajar.

El horno solar estuvo colocado en una zona próxima al piranómetro para asegurar que tanto un aparato como el otro estaban en condiciones similares de irradiación solar.

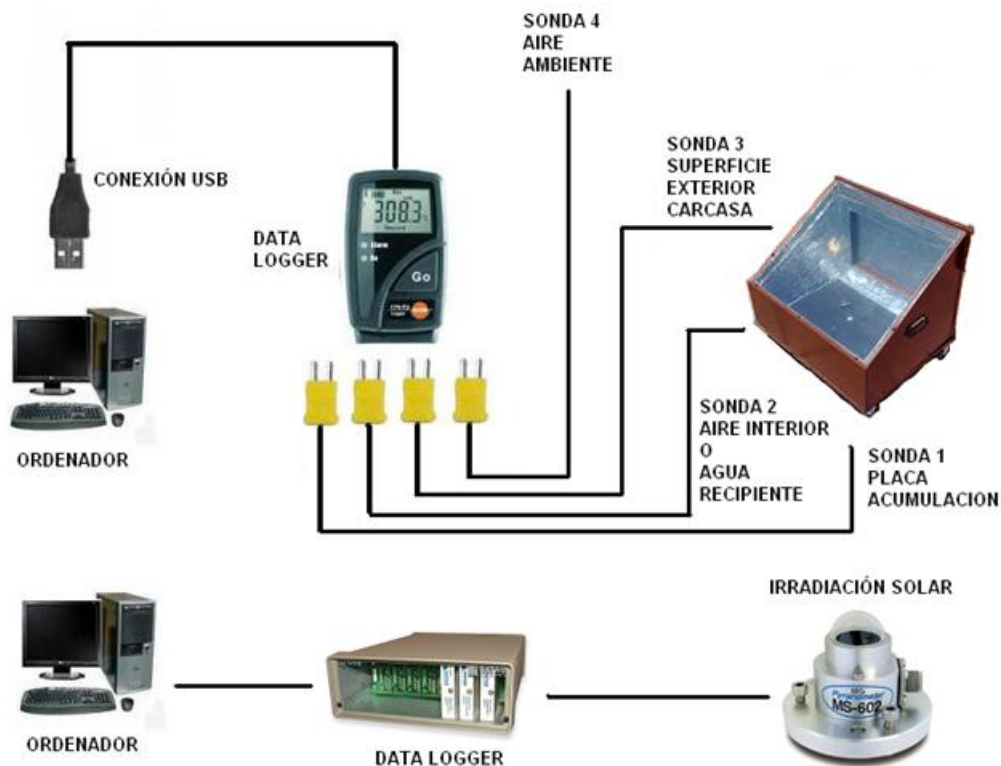


Figura 3.5.1 Esquema instalación experimental.

Una vez establecida la instalación de toma de datos se efectuó un primer periodo de medición. Los objetivos consistieron en ajustar la instalación para que los datos fuesen lo más precisos y realistas posibles y también obtener una primera idea del comportamiento del horno solar en vacío.

El día 11 de Junio de 2009 se llevó a cabo la primera medición durante un día completo. Esta fecha está cercana al solsticio de verano en el hemisferio norte, es decir, cuando la irradiación solar se prolonga durante más tiempo en todo el

año. Esto nos permite comprobar las prestaciones del horno solar en condiciones máximas de funcionamiento. El horno se probó en vacío, colocado con la ventana en orientación sur.

Tabla 3.5.1 Tabla resumen de primera medición	
Fecha	11-06-2009
Rango horario medición	0:00 h – 23:59 h local Madrid
Condiciones meteorológicas	Cielo despejado
Contenido horno	Vacío
Observaciones	-
Hora local amanecer	6:44 hora local Madrid
Hora local puesta sol	21:44 hora local Madrid
Irradiación solar global máxima registrada	960,2 W/m ² 13:50 hora local Madrid
Temperatura ambiente máxima registrada	36,9 °C 18:47 hora local Madrid
Temperatura ambiente mínima registrada	17,1 °C 06:38 hora local Madrid
Temperatura placa acumulación máxima registrada	125,3 °C 14:26 hora local Madrid
Temperatura aire interior máxima registrada	100,5 °C 14:23 hora local Madrid
Temperatura superficie exterior horno máxima registrada	59,0 °C 19:32 hora local Madrid

La primera medición permitió comprobar que la instalación de medida compuesto por termopares, piranómetro, *data loggers*, etc. funcionaba correctamente. Por lo tanto era posible dejar los aparatos midiendo ininterrumpidamente durante varios días, con el único límite de la memoria del *data logger* de temperatura. Solo era necesario interrumpir la medición temporalmente para extraer datos. El sistema podía seguir funcionando incluso cuando se estaba manipulando el horno solar para cambiar las condiciones de funcionamiento.

El comportamiento del horno solar queda reflejado en la evolución de sus temperaturas en función de la irradiación solar global y de la temperatura ambiente. Las condiciones meteorológicas son de cielo totalmente despejado durante todo el día, por lo que la curva de la irradiación global solar es prácticamente una campana perfecta. Se pueden hacer los siguientes comentarios, referenciados a la figura 3.5.2.

1. Antes del amanecer, cuando no hay irradiación solar el horno tiende a estar en equilibrio con la temperatura ambiente. Por eso todas las temperaturas registradas siguen la pauta de dicha temperatura. Resulta interesante observar que las temperaturas internas son ligeramente inferiores a la del ambiente. Este comportamiento no es intuitivo, cabría esperar un estado de equilibrio ante un estado prácticamente estacionario de la temperatura ambiente. Una explicación podría ser que la placa de acumulación libera una pequeña cantidad de calor por

radiación con el exterior, lo cual originaría un ligero descenso en su temperatura que arrastraría a las del resto del horno.

2. En el momento del amanecer, el inicio de la actividad solar pone en funcionamiento el horno, por lo que las temperaturas internas se desacoplan de la temperatura ambiente y tienden a crecer.

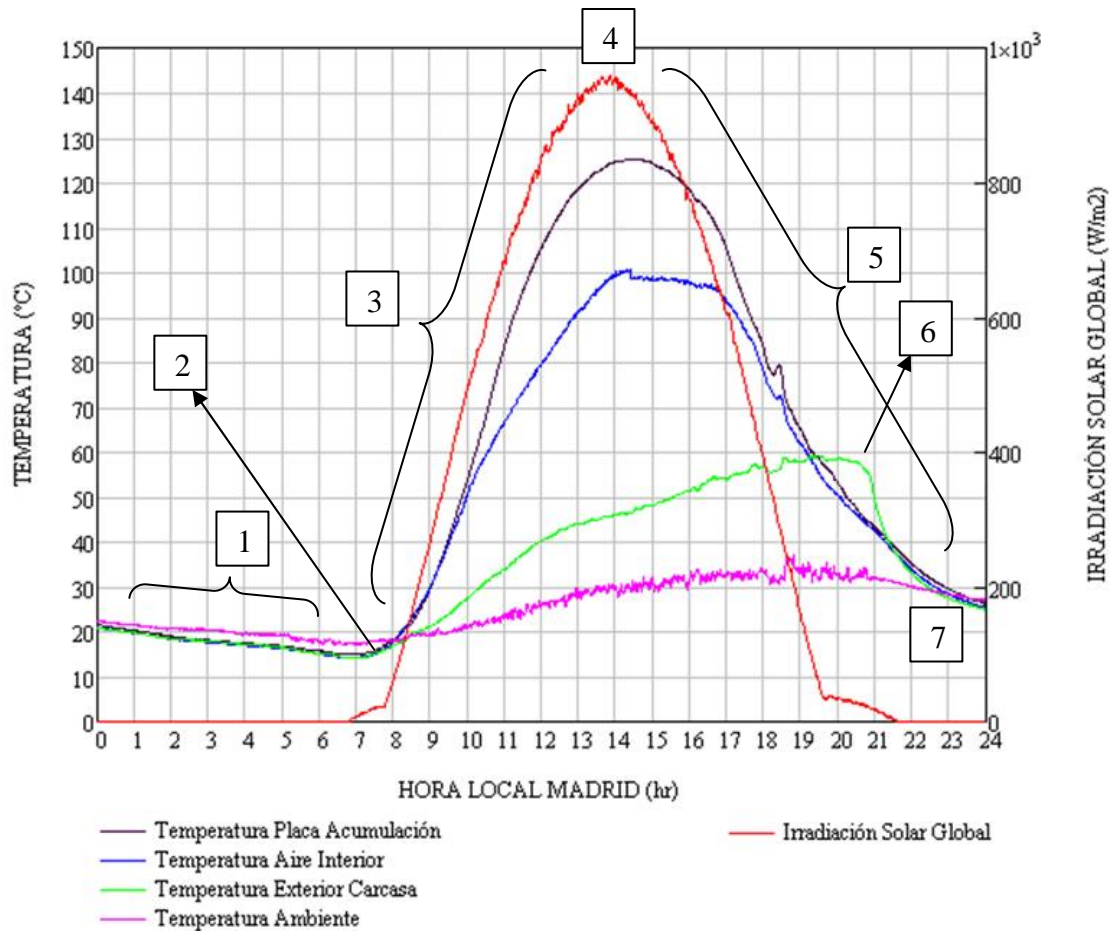


Figura 3.5.2 Datos experimentales correspondientes a la tabla 3.5.1.

3. Durante la mañana, ante un aporte energético solar creciente, las distintas temperaturas se van incrementando. Tal como estaba previsto, la temperatura con mayor tasa de crecimiento es la de la placa de acumulación, la cual arrastra a la temperatura del aire interior del horno por intercambio directo. El aislamiento térmico que proporciona la carcasa queda patente por la inferior tasa de crecimiento de temperatura exterior de la misma. En resumen la energía se acumula en el interior del horno en forma de temperatura, las pérdidas de energía son inevitables y se manifiestan mediante el calentamiento de la superficie exterior de la carcasa.
4. A las 12 horas solares (en torno a las 14:00 horas locales de Madrid) la irradiación solar global alcanza su máximo y empieza a descender. En este punto la energía aportada por el Sol todavía es mayor a las

pérdidas de calor a través de la carcasa del horno. Por este motivo la temperatura de la placa de acumulación sigue creciendo y no empieza a descender hasta 36 minutos después (las 14:26 h local).

5. Por la tarde el aporte energético solar se reduce. Ante un aporte energético en forma de campana simétrica, la tasa de descenso de la temperatura de la placa de acumulación por la tarde es menor que su tasa de crecimiento de por la mañana. Este comportamiento se debe a la inercia térmica de los materiales del horno solar.
6. Se detecta una anomalía en el comportamiento de la temperatura de la carcasa exterior. Su evolución deja de seguir la pauta marcada por la placa de acumulación para seguir creciendo hasta alcanzar el máximo a las 19:32 hora local, casi 5 horas después del máximo de la placa. La explicación es que el Sol incide por la tarde directamente sobre la parte de la carcasa en donde está el termopar que mide su temperatura. Por eso el comportamiento de esta variable es normal por la mañana y anómalo por la tarde. Para corregir esto, en siguientes mediciones se decidió poner una pequeña visera en la parte lateral de la carcasa para crear una sombra en esta zona.
7. Tras la puesta de Sol, la ausencia de la fuente energética hace que el conjunto del horno tienda al equilibrio térmico con el ambiente. El equilibrio se retrasa hasta aproximadamente las 22:30 hora local debido a la inercia térmica de los materiales y al efecto del aislamiento térmico de la carcasa.



Figura 3.5.3 Horno solar durante la toma de datos experimentales.

El primer periodo de toma de muestras se extendió desde el 10 de Junio de 2009 hasta el día 14. Tras estudiar los resultados se decidió emprender una segunda campaña con las siguientes variaciones:

- Introducir un recipiente con agua y medir su temperatura en lugar de la temperatura del aire interior. El objetivo es comprobar si la cocina solar es suficientemente potente para poner en ebullición una cantidad de agua de 3 litros aproximadamente.

De acuerdo con lo anterior se procedió a un nuevo periodo de mediciones entre el 20 y el 25 de Junio de 2009. A continuación se examinarán los resultados del día 21 de Junio, solsticio de verano, es decir el día de máxima potencia de funcionamiento de la cocina durante todo el año.

Tabla 3.5.2 Tabla resumen de primera medición	
Fecha	21-06-2009
Rango horario medición	0:00 h – 23:59 h local Madrid
Condiciones meteorológicas	Cielo despejado
Contenido horno	Recipiente con agua (3 litros)
Observaciones	Solsticio de verano
Hora local amanecer	6:44 hora local Madrid
Hora local puesta sol	21:48 hora local Madrid
Irradiación solar global máxima registrada	980,5 W/m ² 13:50 hora local Madrid
Temperatura ambiente máxima registrada	34,8 °C 18:46 hora local Madrid
Temperatura ambiente mínima registrada	15,4 °C 6:46 hora local Madrid
Temperatura placa acumulación máxima registrada	126,1°C 14:42 hora local Madrid
Temperatura del agua máxima registrada	98.9 °C 14:23 hora local Madrid
Temperatura del agua mínima registrada	13,9 °C 6:59 hora local Madrid
Temperatura superficie exterior horno máxima registrada	57,8 °C 19:53 hora local Madrid

El aspecto más interesante a analizar en esta medición es el comportamiento del agua. Se ha observado que el agua no ha llegado a entrar en ebullición. Sin embargo sí se ha conseguido que llegue al estado de saturación. Considerando una presión atmosférica estimada de 1 atmósfera y que la presión se ha mantenido constante en el interior del horno, la temperatura de saturación es de 100 °C. Esta temperatura se ha alcanzado y mantenido constante durante un periodo aproximado de 2 horas, por lo tanto podemos llegar a la conclusión de que el agua llegó a entrar en proceso de cambio de estado a pesar de no entrar en ebullición.

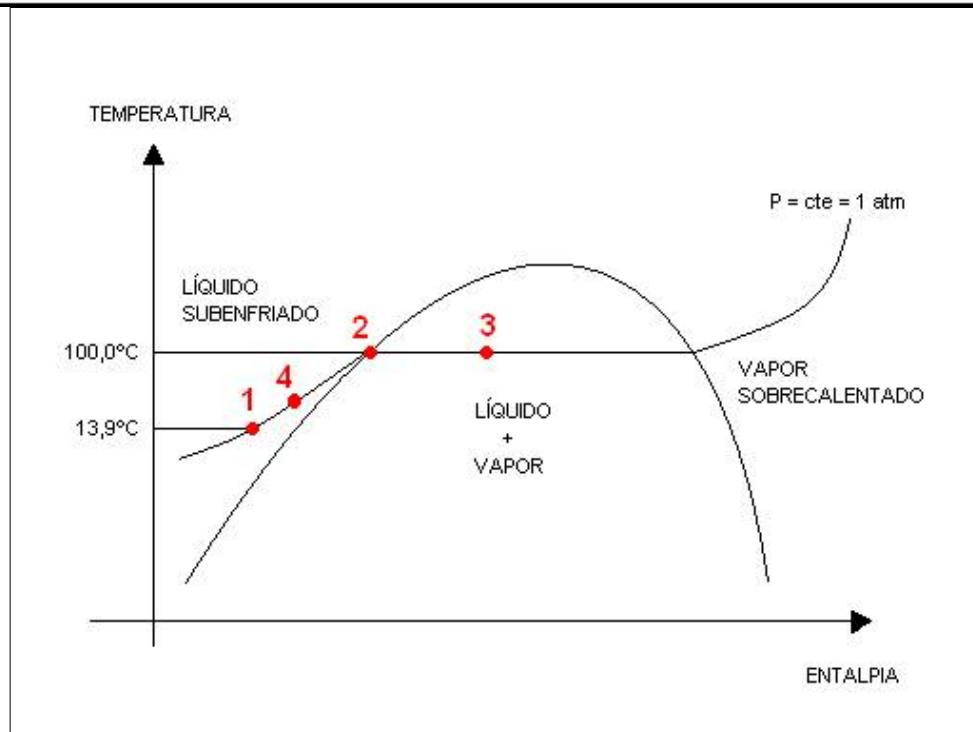
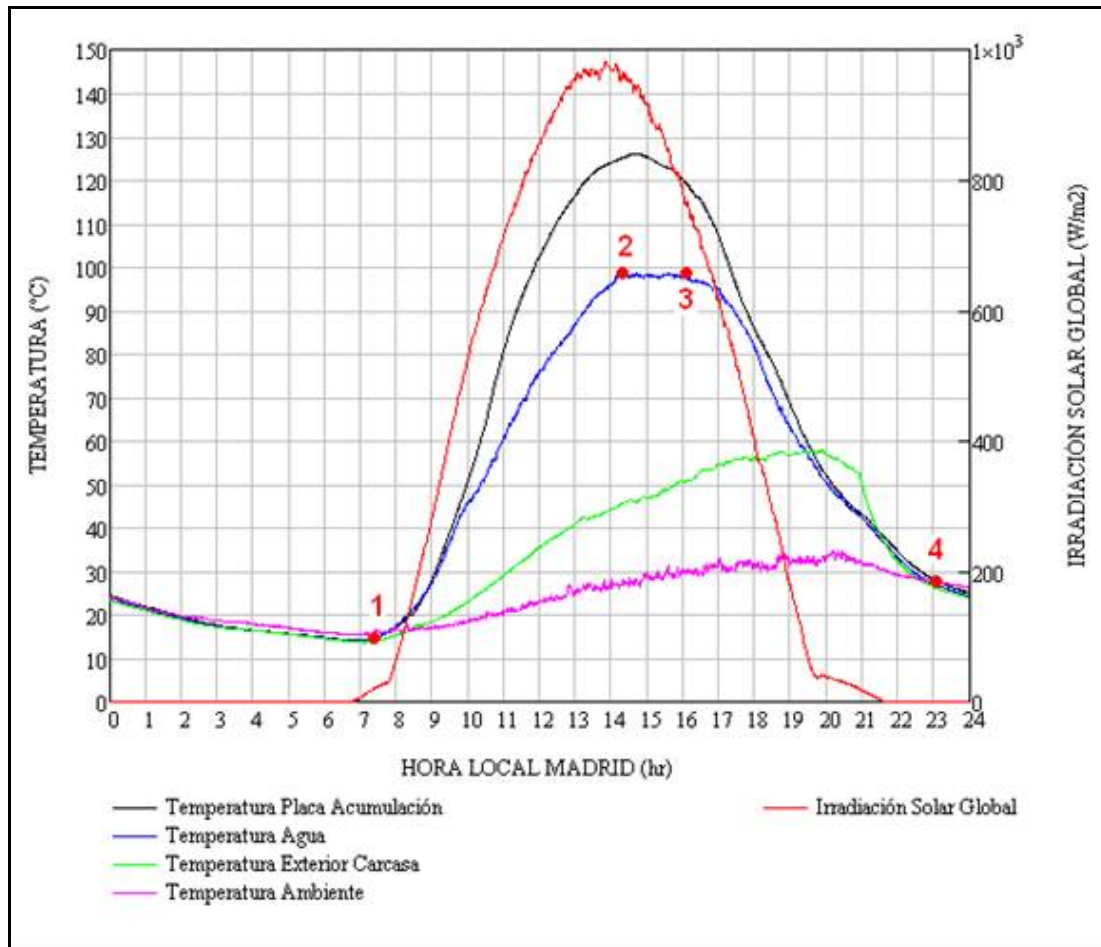


Figura 3.5.4 Datos experimentales correspondientes a la tabla 3.5.2 y diagrama T-h del agua mostrando el proceso seguido por el agua a lo largo de la toma de datos.

Siguiendo el guión mostrado en la figura 3.5.4, el agua en el interior del horno solar ha seguido el siguiente proceso térmico durante el periodo de medición. Se toma como hipótesis presión constante igual a 1 atmósfera durante todo el proceso.

1. El agua parte en condiciones de líquido subenfriado (13,9 °C) a las 06:59 hora local. A partir de ese momento el sol empieza a incidir en el horno y el agua comienza a calentarse.
2. A las 14:12 hora local el agua alcanza la temperatura de saturación. La temperatura registrada es de 98,0 °C, la temperatura de saturación a la presión de trabajo.
3. La temperatura del agua se mantiene constante hasta las 16:09 hora local. En este momento el agua regresa a condiciones de saturación. Por lo tanto interpretamos que el agua ha permanecido durante 1 hora y 57 minutos en condiciones de cambio de estado.
4. Una vez que la energía aportada por el Sol disminuye hasta desaparecer, la temperatura del agua disminuye. Permanece en condiciones de líquido subenfriado hasta alcanzar el equilibrio térmico con el aire exterior.



Figura 3.5.5 Toma de datos con agua en un recipiente.

El análisis de todo lo anterior nos indica que el horno solar no cuenta con potencia suficiente para hacer cambiar de estado la cantidad introducida en él de 3 litros de agua.

La energía entregada por el horno al agua desde los 13,9 °C (6:59 h locales) hasta la temperatura de saturación a las 14:12 h local (suponiendo proceso a presión constante y líquido ideal) es de:

$$\text{Energía} = Q = m \cdot c \cdot \Delta T = 1.059,7 \text{ kJ}$$

(Equivalente al consumo de una bombilla de 50W durante 5 horas y 52 min.)

Siendo:

$$\begin{array}{ll} m = 3 \text{ kg} & (\text{masa de agua correspondiente a 3 litros}) \\ c = 4,2 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) & (\text{calor específico típico del agua}) \\ \Delta T = (98-13.9) = 84,1 \text{ K} & (\text{incremento de temperatura del agua}) \end{array}$$

La energía necesaria para la vaporización completa de 3 litros de agua hasta llegar a estado de vapor saturado es (suponiendo proceso a presión constante e igual a 1 atm y líquido ideal):

$$\text{Energía} = Q = h_{fg} \cdot m = 6.771,0 \text{ kJ}$$

(Equivalente al consumo de una bombilla de 50W durante 37 horas y 36 min.)

Siendo:

$$\begin{array}{ll} h_{fg} = 2.257 \text{ kJ/kg} & (\text{entalpía de vaporización del agua a 1 atm}) \\ m = 3 \text{ kg} & (\text{masa de agua correspondiente a 3 litros}) \end{array}$$

Conseguir las condiciones de saturación en el agua requirió al horno más de 7 horas, incluyendo el periodo de más aporte energético del Sol en el día de solsticio de verano. Los cálculos anteriores muestran que para forzar la evaporación completa del agua se habría necesitado más de 6 veces la energía entregada por el horno hasta ese momento. Todo ello en el tramo del día de declive energético solar.

Como conclusión podemos decir que el horno no tiene potencia suficiente, ni siquiera en condiciones óptimas de funcionamiento, para evaporar una cantidad significativa de agua. Tampoco para hacer entrar en ebullición el agua ya que no se observó ebullición vigorosa alguna durante todo el proceso.

No obstante, la preparación de alimentos no requiere necesariamente la ebullición del agua, esta carencia se puede compensar empleando más tiempo de cocinado. Además el horno puede emplearse para desinfección de agua o pasteurización de leche previa al consumo. Procesos vitales para reducir problemas de insalubridad en localizaciones remotas con recursos limitados. Por lo tanto el horno solar objeto de estudio sí se puede considerar viable para usos como la preparación de alimentos e incluso la potabilización de pequeñas cantidades de agua.

CAPÍTULO 4

MODELO TEÓRICO

4.1 Objetivos

4.2 Definición de volúmenes de control y condiciones de contorno

4.2.1 Volúmenes de control. Análisis

4.2.2 Condiciones de contorno

4.2.2.1 Introducción

4.2.2.2 Obtención de ecuaciones

4.3 Sistema de ecuaciones

4.3.1 Obtención de ecuaciones

4.3.1.1 VC1: Placa de acumulación

4.3.1.2 VC2: Aire interno sobre placa

4.3.1.3 VC3: Aire interno bajo placa

4.3.1.4 VC4 y VC5: Pared de corcho y pared de madera

4.3.1.5 VC6: Cristal interior

4.3.1.6 VC7: Cristal exterior

4.3.1.7 VC8 y VC9: Suelo de corcho y suelo de madera

4.3.2 Ecuación matricial

4.3.2.1 Matriz [A]

4.3.2.2 Vector [T]

4.3.2.3 Vector [b]

4.4 Validación del modelo

4.4.1 Estados estacionarios $Q \neq 0$ y $T_A = \text{cte}$

4.4.2 Estados estacionarios $Q = 0$ y $T_A \neq \text{cte}$

4.5 Comportamiento del modelo ante entradas reales

4.1 OBJETIVOS

El objetivo de este capítulo es explicar cómo se puede simular teóricamente el funcionamiento del horno solar.

Esto sirve para entender en profundidad los procesos termodinámicos que hacen funcionar al horno, y también poder predecir su funcionamiento en función de unas condiciones determinadas. Es decir, será posible saber qué rendimiento ofrece el aparato en Madrid, Nueva Delhi, Managua o cualquier localización del mundo siempre que se conozcan sus condiciones de radiación solar y temperatura.

El modelo teórico se plantea como un sistema de ecuaciones lineales de “n” ecuaciones y “n” incógnitas. Esto es debido a que los ordenadores son capaces de resolver este tipo de sistemas de ecuaciones muy rápidamente a través de programas de cálculo como “Mathcad” o Matlab”. Gracias a ello es posible crear un modelo detallado, es decir, con las ecuaciones necesarias para describir el funcionamiento del horno, sin que el tiempo para resolver el sistema de ecuaciones sea un problema.

Para crear el modelo se partió de los siguientes requerimientos:

- **Entradas:** La radiación solar global y la temperatura ambiente.
- **Salidas:** la temperatura interior del horno. Posteriormente se verá que es posible (e imprescindible) obtener como salidas otras muchas temperaturas como la temperatura de la placa de acumulación, de las paredes de madera, de los cristales, etc.
- **El modelo debe ser capaz de calcular estados estacionarios.** Es decir, dadas unas entradas constantes en el tiempo (radiación solar y temperatura ambiente) se debe poder obtener la temperatura del horno en estado de equilibrio térmico con el exterior.
- **El modelo debe ser capaz de calcular estados no estacionarios.** Es decir, dadas unas entradas variables con el tiempo, se debe poder calcular la evolución de la temperatura del horno a través del tiempo, sin que exista equilibrio térmico entre el horno y el ambiente. Este apartado es muy importante debido a que la radiación solar es siempre variable en el tiempo. Un modelo incapaz de trabajar con esta variabilidad sería inútil.

Una vez establecidos los requerimientos, hay que conseguir plantear el sistema de ecuaciones.

Este sistema se conseguirá dividiendo el horno solar en un conjunto de piezas sencillas o “volúmenes de control” al los cuales se aplicará el primer principio de la termodinámica. De esta manera se obtendrá una ecuación lineal de cada volumen de control.

También se establecerán condiciones de contorno en las fronteras entre los volúmenes de control de los cuales se obtendrán más ecuaciones lineales.

Dividir el horno en volúmenes de control y averiguar cómo interaccionan unos con otros resulta un ejercicio muy completo de termodinámica e ingeniería térmica. También ayuda a entender los mecanismos que hacen funcionar al aparato.

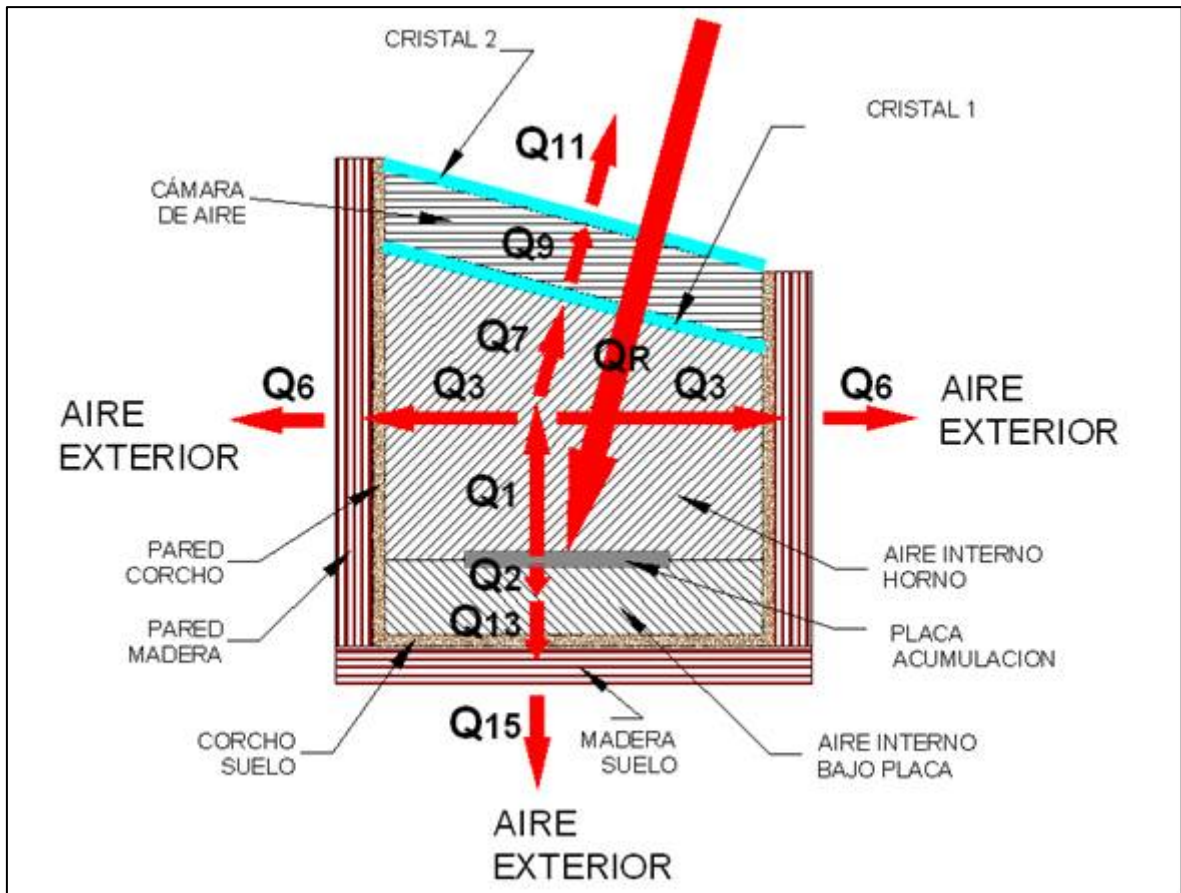


Figura 4.1.1 Representación de flujos del calor en el horno solar según el modelo teórico.

Como se ha explicado anteriormente la cantidad de ecuaciones lineales no supone ningún problema siempre y cuando el sistema planteado sea compatible determinado. Por lo tanto, cuantos más volúmenes de control se establezcan más precisión se conseguirá en los cálculos. Éste es el fundamento de los “volúmenes finitos” que es una herramienta de cálculo muy utilizada en ingeniería en la actualidad y que se basa en la facilidad de los ordenadores para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Sin embargo, llega un momento en que no resulta rentable aumentar el número de ecuaciones del sistema (complicar el modelo) para el incremento en la precisión de cálculo que se obtiene. En este trabajo se ha buscado un equilibrio entre la complejidad del modelo y el grado de precisión requerido.

4.2 DEFINICIÓN DE VOLÚMENES DE CONTROL Y CONDICIONES DE CONTORNO

En este apartado se definen los volúmenes de control y las condiciones de contorno de los cuales se obtienen las ecuaciones lineales en las que se basa el modelo teórico.

Las ecuaciones se obtienen en primer lugar de aplicar el primer principio de la termodinámica. Posteriormente dichas ecuaciones se desarrollan más aplicando expresiones de transmisión de calor por conducción o convección. El objetivo es que las incógnitas de las ecuaciones sean siempre temperaturas.

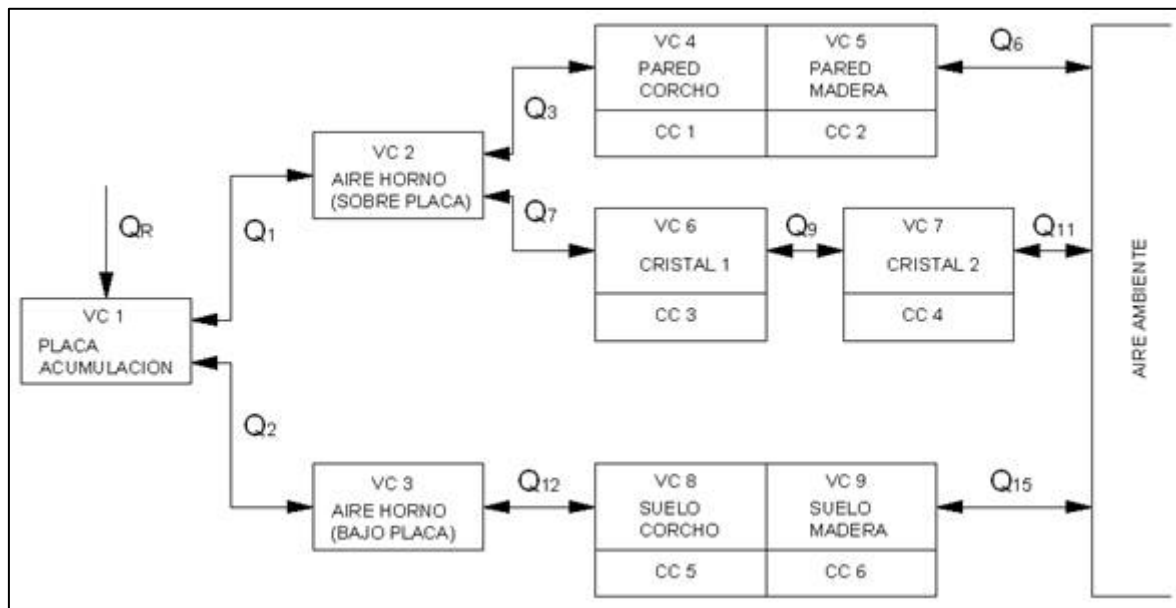


Figura 4.2.1 Esquema de volúmenes de control, condiciones de contorno e intercambios de calor entre volúmenes de control.

Teniendo en cuenta el equilibrio entre complejidad del modelo y precisión de resultados el horno solar se ha dividido en los siguientes volúmenes de control:

- VC1. Placa de acumulación.
- VC2. Aire interior del horno (sobre la placa de acumulación)
- VC3. Aire interior del horno (bajo la placa de acumulación)
- VC4. Paredes de corcho.
- VC5. Paredes de madera.
- VC6. Cristal interior de la ventana.
- VC7. Cristal exterior de la ventana.
- VC8. Suelo de corcho.
- VC9. Suelo de madera.

Estos volúmenes de control se relacionan entre sí mediante intercambios de calor. El modelo debe estar preparado para que dichos intercambios puedan ser en cualquiera de los dos sentidos (ver flechas dobles en la Figura 4.2.1).

Si se trabajase solamente con estos volúmenes de control se obtendría un sistema de ecuaciones con más incógnitas que ecuaciones, que contaría con

infinitas soluciones. Por lo tanto se añaden las siguientes condiciones de contorno para obtener más ecuaciones:

- CC1. Conducción de calor a través de las paredes de corcho.
- CC2. Conducción de calor a través de las paredes de madera.
- CC3. Conducción de calor a través del cristal interior de la ventana.
- CC4. Conducción de calor a través del cristal exterior de la ventana.
- CC5. Conducción de calor a través del suelo de corcho.
- CC6. Conducción de calor a través del suelo de madera.

Como se verá posteriormente, al final se consigue un sistema de 13 ecuaciones lineales con 13 incógnitas. Un ordenador puede resolver este sistema fácilmente. El procedimiento que se utiliza es dar forma matricial al sistema de ecuaciones.

$$[A]_{13 \times 13} \cdot [x]_{13 \times 1} = [b]_{13 \times 1}$$

Donde:

- [A] es la matriz de coeficientes de las incógnitas.
- [x] es el vector de las incógnitas.
- [b] es el vector de términos independientes de las ecuaciones.

El sistema se resuelve aplicando las siguientes propiedades de las matrices:

1. Cualquier matriz $n \times n$ multiplicada por su inversa es igual a la matriz identidad de dimensiones $n \times n$

$$[A]_{n \times n}^{-1} \cdot [A]_{n \times n} = [I]_{n \times n}$$

2. Una matriz identidad $n \times n$ multiplicada por cualquier matriz $n \times m$ da como resultado la misma matriz $n \times m$

$$[I]_{n \times n} \cdot [x]_{n \times m} = [x]_{n \times m}$$

Aplicando lo anterior se puede resolver la ecuación matricial invirtiendo la matriz [A]:

$$\begin{aligned} [A]_{13 \times 13} \cdot [x]_{13 \times 1} &= [b]_{13 \times 1} \rightarrow \\ \rightarrow [A]_{13 \times 13}^{-1} \cdot [A]_{13 \times 13} \cdot [x]_{13 \times 1} &= [A]_{13 \times 13}^{-1} \cdot [b]_{13 \times 1} \rightarrow \\ \rightarrow [I]_{13 \times 13} \cdot [x]_{13 \times 1} &= [A]_{13 \times 13}^{-1} \cdot [b]_{13 \times 1} \rightarrow \\ \rightarrow [x]_{13 \times 1} &= [A]_{13 \times 13}^{-1} \cdot [b]_{13 \times 1} \end{aligned}$$

Vemos que el ordenador resuelve el sistema de ecuaciones lineales invirtiendo la matriz [A] y multiplicándola por el vector [b], cosa que es capaz de hacer muy rápidamente. Simplemente hay que proporcionarle la matriz [A] y la [b].

4.2.1 VOLÚMENES DE CONTROL. ANÁLISIS

En este apartado se describe el tratamiento que se da a los volúmenes de control para conseguir una ecuación lineal basada en la Termodinámica y la Ingeniería Térmica.

Imaginemos un volumen de control genérico “VC_b” que intercambia calor con otros dos volúmenes de control circundantes, según la figura 4.2.2.

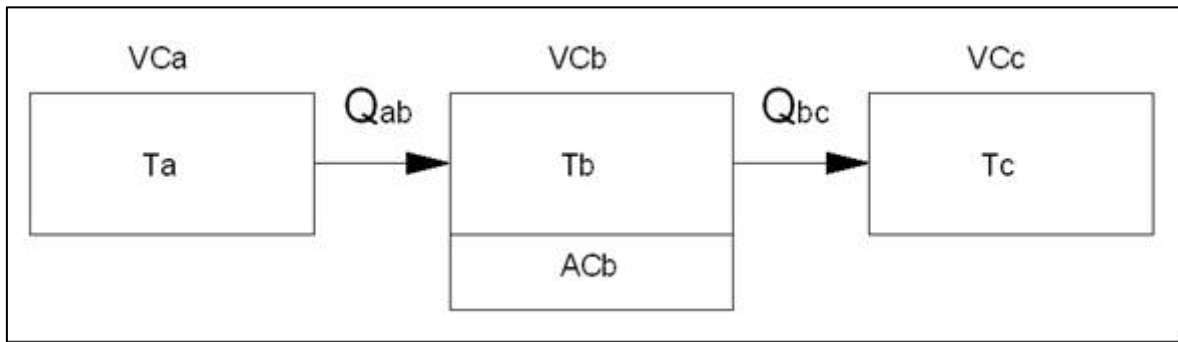


Figura 4.2.2 Esquema genérico de intercambio de calor entre volúmenes de control.

Podemos aplicar el Primer Principio de la Termodinámica (balance de energía), en el VC_b, que se formula de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt}E_{vc} = \dot{Q}(t) - \left[\cancel{\dot{W}(t)} + P \cdot \cancel{\left(\frac{dV}{dt} \right)} \right] + \cancel{(\dot{m}_e h_e)(t)} - \cancel{(\dot{m}_s h_s)(t)}$$

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

Ecuación 4.2.1 Primer principio de la termodinámica.

Donde:

1. Variación de la energía en el volumen de control. [W]
2. Potencia térmica agregada al volumen de control. [W]
3. Potencia mecánica agregada al volumen de control. En el horno solar no existen procesos de este tipo, por lo tanto se anula el término. [W]
4. Potencia aportada al sistema al variar su volumen. En el horno solar no existen procesos de este tipo, por lo tanto se anula el término. [W]
- 5 y 6. Energía por unidad de tiempo aportada al volumen de control por transferencia de masa. En el horno solar no hay transferencias de masa entre los volúmenes de control que se han definido, por lo que se anulan estos términos. [W]

Si aplicamos la ecuación 4.2.1 al volumen de control “VC_b” tenemos la expresión reducida de la ecuación asociada a VC_b.

$$AC_b = Q_{ab} - Q_{bc}$$

Ecuación 4.2.2

Donde:

- Q_{ab} Transferencia de calor desde VC_a a VC_b . [Wattios]
 Q_{ab} Transferencia de calor desde VC_b a VC_c . [Wattios]
 AC_b Energía por unidad de tiempo que se acumula en VC_b en forma de temperatura. [Wattios]

Es decir, la variación de la temperatura en VC_b depende del calor intercambiado con los otros volúmenes de control.

Ahora podemos desarrollar en detalle los términos de la ecuación 4.2.2.

1. AC_b [Wattios].

Energía por unidad de tiempo que se acumula en VC_b en forma de temperatura. Es importante destacar que para dar a este término unidades de Wattios es necesario definir un periodo de tiempo Δt en el que se establece como hipótesis que Q_{ab} y Q_{bc} son constantes.

$$AC_h = \frac{T_b^{i+\Delta t} - T_b^i}{\Delta t} \cdot (c \cdot m)_h$$

Ecuación 4.2.2.a

Si el volumen de control delimita a un cuerpo sólido (madera, corcho...)

$$AC_h = \frac{T_b^{i+\Delta t} - T_b^i}{\Delta t} \cdot (cp \cdot m)_h$$

Ecuación 4.2.2.b

Si el volumen de control delimita a una región gaseosa (aire interior del horno)

Donde:

$$T_b^{i+\Delta t} - T_b^i \text{ [Kelvin]}$$

Es la diferencia de temperatura en el VC_b entre los instantes $t=i$ y $t=i+\Delta t$. Esto suponiendo que se pueda definir una temperatura única en toda la región delimitada por el volumen de control. Si se trata de una región gaseosa se puede aceptar como hipótesis. Si se trata de una región sólida no es correcto establecer una temperatura global porque la conducción de calor en sólidos implica una distribución de temperatura variable en su geometría. En estos casos es necesario establecer una condición de contorno. Esto se verá más adelante.

$$c_b \text{ [J/(kg} \cdot \text{K)]}$$

Calor específico del material sólido contenido en VC_b . En su caso.

$$cp_b \text{ [J/(kg} \cdot \text{K)]}$$

En su caso, calor específico del aire contenido en VC_b . Para aplicar esto hay que asumir las hipótesis de gas ideal caloríficamente perfecto. Además se asume que en VC_b existe presión invariable durante Δt .

2. Q_{ab} [Wattios]

Es la transferencia de calor entre VC_a y VC_b . Se establece como hipótesis que es constante durante Δt e igual a la media geométrica entre los valores de transferencia de calor en los instantes $t=i$ y $t=i+\Delta t$.

$$Q_{ab} = \frac{1}{2} (Q_{ab}^i + Q_{ab}^{i+\Delta t}) = \frac{1}{2} \left(\frac{T_a^i - T_b^i}{R_{ab}} + \frac{T_a^{i+\Delta t} - T_b^{i+\Delta t}}{R_{ab}} \right)$$

Ecuación 4.2.2.c

Donde:

$$Q_{ab}^i = \frac{T_a^i - T_b^i}{R_{ab}} \quad [\text{Wattios}]$$

Es la transferencia de calor entre VC_a y VC_b en el instante $t = i$. Esta ecuación está basada en la Ley de Fourier para la conducción de calor, particularizado para el caso estacionario y unidimensional.

$$\Delta T = Q \cdot R$$

Ecuación 4.2.3

Donde:

ΔT [K]	Diferencia de temperaturas entre dos puntos de un sólido alineados en la dirección de la conducción de calor.
Q [W]	Potencia calorífica de conducción a través del sólido. Constante en toda la geometría según particularización.
R [K/W]	Resistencia térmica de conducción. Constante en el sentido de la conducción a través del sólido de acuerdo con particularización

$$Q_{ab}^{i+\Delta t} = \frac{T_a^{i+\Delta t} - T_b^{i+\Delta t}}{R_{ab}} \quad [\text{Wattios}]$$

Es la transferencia de calor entre VC_a y VC_b en el instante $t = i+\Delta t$.

$$(T_a - T_b) \quad [\text{Kelvin}]$$

Es la diferencia de temperatura que origina el intercambio de calor entre VC_a y VC_b .

$$R_{ab} \quad [\text{Kelvin}]$$

Es la resistencia térmica característica de la transferencia de calor entre VC_a y VC_b.

3. Q_{bc} [Wattios]

Es un término análogo a Q_{ab} solo que referido a la transferencia de calor entre VC_b y VC_c.

Finalmente, de los puntos 1, 2 y 3 se deduce que la expresión extendida de la ecuación asociada a VC_b es el siguiente:

$$AC_b = Q_{ab} - Q_{bc}$$

↓

$$\frac{T_b^{i+\Delta t} - T_b^i}{\Delta t} \cdot (cp \cdot m)_b = \frac{1}{2} \left(\frac{T_a^i - T_b^i}{R_{ab}} + \frac{T_a^{i+\Delta t} - T_b^{i+\Delta t}}{R_{ab}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{T_b^i - T_c^i}{R_{bc}} + \frac{T_b^{i+\Delta t} - T_c^{i+\Delta t}}{R_{bc}} \right)$$

Ecuación 4.2.4

Nótese que en esta ecuación las incógnitas son aquellas temperaturas referidas al instante $t = i + \Delta t$. Es decir que hay 3 incógnitas en esta ecuación: $T_a^{i+\Delta t}$, $T_b^{i+\Delta t}$ y $T_c^{i+\Delta t}$. Las temperaturas referidas al instante $t = i$ son conocidas ya que el modelo arranca en $t = 0$ con todas las temperaturas definidas arbitrariamente, y tiene como incógnitas las temperaturas tras un espacio de tiempo Δt . Se trata de un proceso iterativo de cálculo que se desarrolla según el siguiente esquema mostrado en la figura 4.2.3.

Hay otros términos de la ecuación que no son incógnitas en el sistema de ecuaciones lineales y tienen que calcularse para que tengan un valor numérico que un ordenador pueda manejar:

- R_{ab} , R_{bc} [K/W]

Resistencias térmicas, pueden ser de conducción o convección que son las dos modalidades de transferencia de calor que incorpora el modelo. Hay que calcular su valor para cada uno de los procesos de transferencia de calor:

- R₁ Convección entre placa acumulación y aire interno sobre ella.
- R₂ Convección entre placa acumulación y aire interno bajo ella.
- R₃ Convección entre aire interno sobre placa y pared interna de corcho.
- R₄ Conducción a través de la pared de corcho.
- R₅ Conducción a través de la pared de madera.
- R₆ Convección entre superficie exterior pared madera y aire exterior.
- R₇ Convección entre aire interno sobre placa y cara interior cristal interior
- R₈ Conducción a través del cristal interior.

R_9 Transferencia de calor entre cristal interior y exterior. Este es un caso particular de resistencia térmica que se comentará posteriormente.

R_{10} Conducción a través del cristal exterior.

R_{11} Convección entre superficie exterior cristal exterior y aire exterior.

R_{12} Convección entre aire interno bajo placa y superficie interior suelo de corcho.

R_{13} Conducción a través del suelo de corcho.

R_{14} Conducción a través de suelo de madera.

R_{15} Convección entre superficie exterior suelo de madera y aire exterior.

Hay que destacar que la aplicación de las resistencias de conducción no es posible en el esquema de transferencia entre volúmenes de control. Por este motivo es necesario introducir condiciones de contorno y sus ecuaciones lineales asociadas. Se verá posteriormente.

- C ó C_p [$J/(kg \cdot K)$], m [kg]

Propiedades físicas de los distintos materiales que componen el horno solar: madera, corcho, cristal, aire...

En apartados posteriores se desarrollarán una por una cada una de las ecuaciones lineales que componen el modelo.

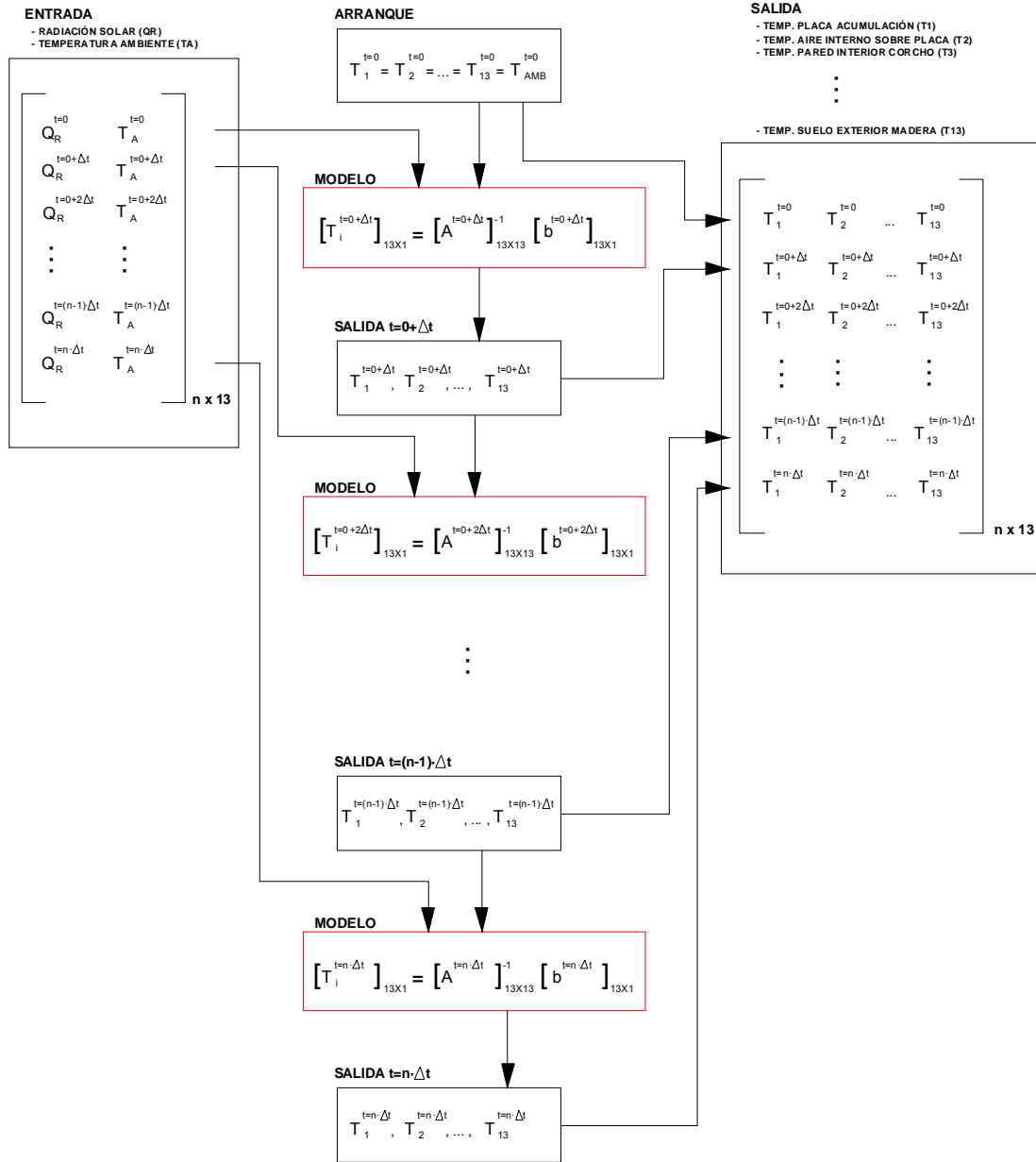


Figura 4.2.3 Esquema de funcionamiento del modelo tórico.

4.2.2 CONDICIONES DE CONTORNO

4.2.2.1 INTRODUCCIÓN

Un modelo basado en intercambios de calor únicamente entre volúmenes de control no refleja la realidad con suficiente precisión. El problema consiste en que sólo es posible definir una única temperatura característica para todo el volumen de control. Es decir, se considera que toda la región definida por el volumen de control tiene una temperatura uniforme. Esto puede ser aceptable para regiones gaseosas como el aire interior del horno. No ocurre igual en el caso de los sólidos, los cuales presentan una distribución de temperatura en su geometría siempre que exista transferencia de calor por conducción a través de él.

Se puede poner como ejemplo la pared de madera de la carcasa, si hay transferencia de calor por conducción a través de ella, la temperatura de su cara interior será distinta a la de su cara exterior.

En el caso estacionario, en el que los procesos de transferencia de calor son constantes en el tiempo, la distribución de temperatura es lineal. Este es un caso muy fácil de incorporar al modelo teórico ya que éste está basado precisamente en ecuaciones lineales. Sin embargo, en procesos transitorios, la distribución no es lineal. Uno de los pasos más complicados en el desarrollo del modelo teórico es el tratamiento de esta no linealidad, y hay que recordar que uno de los requerimientos del modelo es que calcule estados transitorios.

El objetivo consiste en poder calcular la temperatura de cada una de las superficies a través de las cuales se transmite calor ya sea por conducción o convección. Esto implica que hay que definir temperaturas distintas en las fronteras de un mismo volumen de control.

Para ilustrar la necesidad de las condiciones de contorno podemos fijarnos en la figura 4.2.4. En ella se muestra la distribución de temperaturas en el sentido de la transmisión del calor, desde el aire interior del horno hasta el aire ambiente, atravesando la carcasa aislante de cocho y madera.

Las condiciones de esta transferencia de calor son las siguientes:

- Se trata de un estado transitorio tal como muestra la distribución no lineal de temperatura a través de cocho y madera.
- El calor se propaga desde el interior del horno al exterior.

Podemos analizar la distribución de temperaturas en cada una de las regiones, que el modelo están contempladas como volúmenes de control:

- VC2. Aire interno sobre placa.

La distribución real de temperatura en su interior no es uniforme, presenta oscilaciones debido a corrientes convectivas que se generan espontáneamente. Sin embargo, estas mismas corrientes convectivas

garantizan una continua mezcla que permite que todo el aire en el interior del horno esté aproximadamente a la misma temperatura. Por lo tanto puede establecerse como hipótesis que la temperatura (T_2) de VC2 es uniforme en toda su geometría.

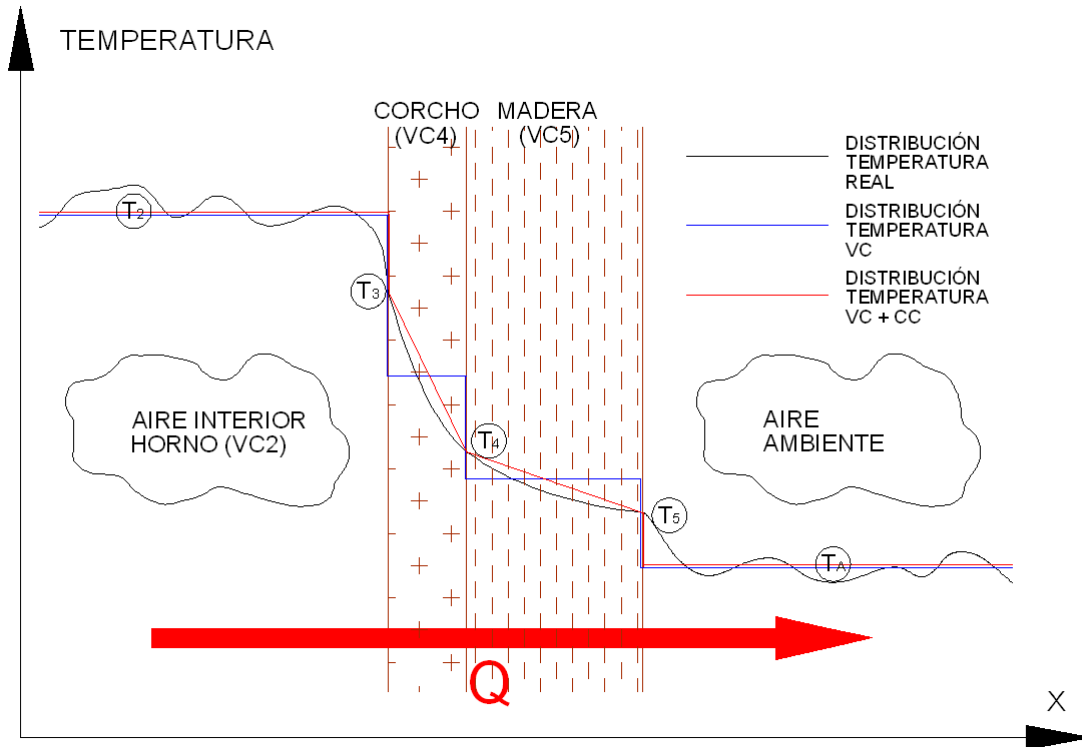


Figura 4.2.4 Comparación entre distribución de temperaturas reales y distribución según modelo teórico formado por VC y según modelo teórico formado por VC+CC.

- VC4. Pared de corcho.

La pared interior del corcho intercambia por convección con el aire interior. En la figura se ha representado la capa límite térmica en el aire que garantiza la continuidad de la función temperatura. La transmisión de calor a través del corcho conlleva una diferencia de temperatura entre su pared interior (T_3) y la de su pared exterior (T_4). Si el modelo teórico estuviese compuesto sólo por volúmenes de control (línea azul) no quedaría más remedio que asignar una única temperatura a todo el corcho. Dicha temperatura sería muy ineficaz para definir la convección con el aire interior y la conducción con la pared de madera. Sin embargo un modelo basado en volúmenes de control más condiciones de contorno (línea roja), permite definir dos temperaturas en el VC4: la de la pared interior del horno y la de la exterior. En el modelo se ha utilizado la Ley de Fourier simplificada en el caso de conducción estacionaria y unidireccional (ver ecuación 4.2.3) para establecer la diferencia entre T_3 y T_4 . En apartados posteriores se analizará en detalle este punto.

$$(T_3 - T_4) = Q_{REF} \cdot R_{CORCHO}$$

Donde R_{CORCHO} es la resistencia térmica de conducción del corcho y Q_{REF} es una potencia térmica característica de la conducción a través del corcho. El proceso para calcular Q_{REF} se describe en apartados posteriores.

- VC5. Pared de madera.

El calor se transmite por conducción a través de la madera. En la frontera con el corcho el proceso es conducción también. Por su parte, la pared exterior de la madera intercambia por convección con el aire exterior. En la figura se aprecia de nuevo el error que se comete si sólo se aplica un volumen de control a la madera (línea azul) así como la mejora en la precisión al introducir una condición de contorno (línea roja). También se ha representado la capa límite térmica del aire en la zona próxima a la pared de madera. El modelo teórico no contempla la existencia de esta capa límite y considera que la pared tiene una temperatura distinta (T_5) a la del aire en contacto con ella (T_A). Esto queda representado por la discontinuidad de la función “Distribución Temperatura VC+CC” en la frontera entre madera y aire exterior. Ocurre lo mismo en la frontera entre aire interior y pared interior de corcho.

Como primeras conclusiones se puede decir que las condiciones de contorno hacen que el modelo teórico se ajuste mejor a la realidad. Además como veremos más adelante también servirán para entender mejor la conducción unidireccional y su ecuación característica, la ley de Fourier.

4.2.2.2 OBTENCIÓN DE ECUACIONES

En este apartado se va a exponer de qué manera se plantean las condiciones de contorno incluidas en el modelo teórico y la manera en que se obtiene de ellas una ecuación lineal adicional para el modelo.

Podemos estudiar de nuevo el ejemplo mostrado en la Figura 4.2.4, pero en esta ocasión nos fijaremos en el circuito térmico que rige el proceso de transmisión de calor y su relación con volúmenes de control y condiciones de contorno. Todo ello está representado en la Figura 4.2.5.

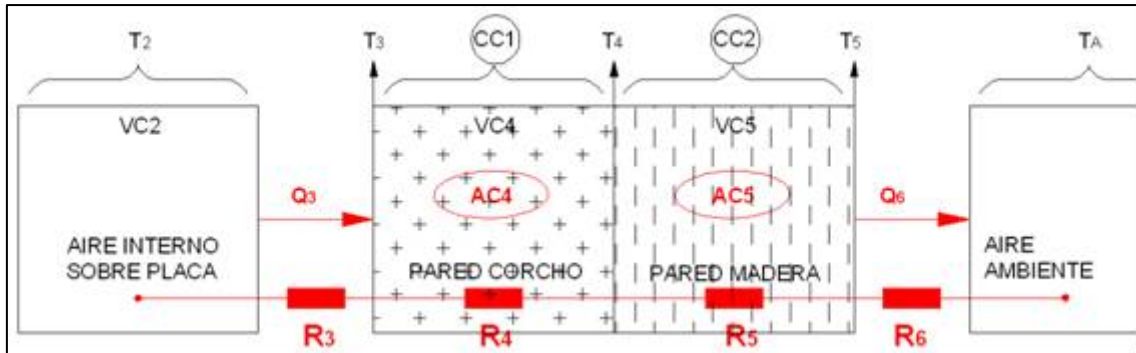


Figura 4.2.5 Esquema de volúmenes de control y condiciones de contorno referido a la transferencia de calor entre aire interno del horno y aire ambiente a través de una pared del horno.

La condición de contorno 1, en adelante CC1, debe servir para establecer la diferencia entre T_3 y T_4 . En el modelo teórico se propone la ecuación 4.2.5 para calcularla. A continuación veremos cómo se ha llegado a dicha expresión, las hipótesis que se han tomado y el grado de aproximación a la realidad que se consigue.

$$(T_3 - T_4) \approx Q_{REF} \cdot R_4$$

Ecuación 4.2.5

La expresión está basada en la Ley de Fourier de conducción particularizada para el caso estacionario y unidimensional (ver ecuación 4.2.2), donde:

- R_4 [K/W]: Resistencia de conducción del material, en este caso corcho.
- Q_{REF} [W]: Valor de referencia para la potencia térmica que atraviesa VC4.

La clave para que la ecuación 4.2.5 sea aceptable incluso en estados transitorios es establecer un valor adecuado para Q_{REF} , porque el otro parámetro en juego (R_4) es una propiedad física conocida del material. Proponemos la siguiente expresión:

$$Q_{REF} = Q_3 - [(AC4)/2]$$

Ecuación 4.2.6

Antes de justificar en términos físicos la ecuación 4.2.6 haremos una aproximación intuitiva.

El balance de energía en VC4 indica que hay sólo 2 posibles intercambios de energía con el exterior, esto es intercambio de calor con VC2 (que llamaremos Q_3) e intercambio de calor con VC5 (que llamaremos Q_{4-5}). Si $Q_3 = Q_{4-5}$ la cantidad de energía contenida en VC4 permanece constante. Si por el contrario en algún momento $Q_3 \neq Q_{4-5}$ la energía contenida en VC4 varía dando origen al término AC4 (ver ecuación 4.2.4). AC4 representa la acumulación de energía calorífica en forma de temperatura en la materia contenida en VC4.

$$Q_3 - Q_{4-5} = AC4 \quad \text{Ecuación 4.2.7}$$

Físicamente, Q_3 es el valor local del flujo de calor en la cara interior de la pared de corcho. En la otra cara de la pared el valor local es Q_{4-5} . Durante el funcionamiento normal del horno el flujo de calor en cualquier punto del corcho va a tener un valor intermedio entre Q_3 y Q_{4-5} . Por lo tanto tiene sentido establecer un valor intermedio entre los valores límite Q_3 y Q_{4-5} para caracterizar el proceso global de transferencia de calor a través del corcho. Por ejemplo, una media aritmética:

$$Q_{REF} = (Q_3 + Q_{4-5})/2 \quad \text{Ecuación 4.2.8}$$

Finalmente se puede desarrollar la ecuación 4.2.9 para llegar a la ecuación 4.2.6 que habíamos presentado anteriormente:

$$\text{De 4.2.7} \rightarrow Q_{4-5} = Q_3 - AC4 \quad \text{Ecuación 4.2.9}$$

Sustituyendo 4.2.9 en 4.2.8 se llega fácilmente de nuevo a la ecuación 4.2.6 que se había presentado inicialmente.

Combinando 4.2.5 con 4.2.6 llegamos a la expresión reducida para la ecuación lineal que se obtiene de la condición de contorno 1 (CC1).

$$(T_3 - T_4) = \left(Q_3 - \frac{AC4}{2} \right) \cdot R_4$$

Ecuación 4.2.10
Expresión reducida de CC1.

Todo lo anterior se puede estudiar de forma analítica. Fijémonos en la ley de Fourier para la conducción de calor unidimensional a través de una superficie "A", recordamos que estamos considerando que la cocina sufre transferencia de calor en dirección perpendicular a la superficie de las paredes y el suelo:

$$Q(x) = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \quad \text{Ecuación 4.2.11}$$

Donde:

$Q(x)$ [W]	Es el valor local de la potencia térmica de conducción en el punto "X".
k [W/(m·K)]	Es la conductividad térmica del material.
A [m ²]	Es el área a través de la cual, y de forma perpendicular a ella, se produce la transferencia de calor por conducción.
dT/dx [K/m]	Es la derivada de la función temperatura en función de la dirección de la transferencia de calor.

En la figura 4.2.6 se muestra la función típica de temperatura en dirección perpendicular a la pared del horno. En este caso es a través de la pared de corcho, aunque este ejemplo es aplicable a cualquiera de los elementos sólidos del horno en los que también se han establecido volúmenes de control: pared de madera, suelo de corcho, cristal, etc.

Si la propagación de calor es en el sentido creciente de x , en estado transitorio, la distribución de temperatura es tal que dentro del intervalo $[x_3, x_4]$ el valor de su derivada presenta un mínimo en x_3 y un máximo en x_4 . Recordamos que de acuerdo con la ecuación 4.2.11 $dT(x)/dx$ es directamente proporcional al flujo de calor $Q(x)$.

Si la propagación de calor se produce en sentido contrario el valor absoluto de la derivada de T en $[x_3, x_4]$ tiene un máximo en x_3 y un mínimo en x_4 .

En cualquiera de los dos casos el valor de la derivada de $T(x)$ en $[x_3, x_4]$ está comprendido entre su valor en x_3 y su valor en x_4 . De acuerdo con la ecuación 4.2.11, esto es lo mismo que decir que el valor de $Q(x)$ en el intervalo $[x_3, x_4]$ está comprendido entre los valores locales de $Q(x)$ en x_3 y en x_4 .

Por lo tanto si tomamos un valor intermedio entre $Q(x_3)$ y $Q(x_4)$, por ejemplo el valor medio entre ellos, obtendremos una Q_{REF} que, aplicado a la ecuación 4.2.3, nos ofrece un valor de diferencia de temperaturas que se aproxima a $(T_3 - T_4)$.

$$Q_{REF} \cdot R_4 = \Delta T_{REF} \approx (T_3 - T_4)$$

Ecuación 4.2.12

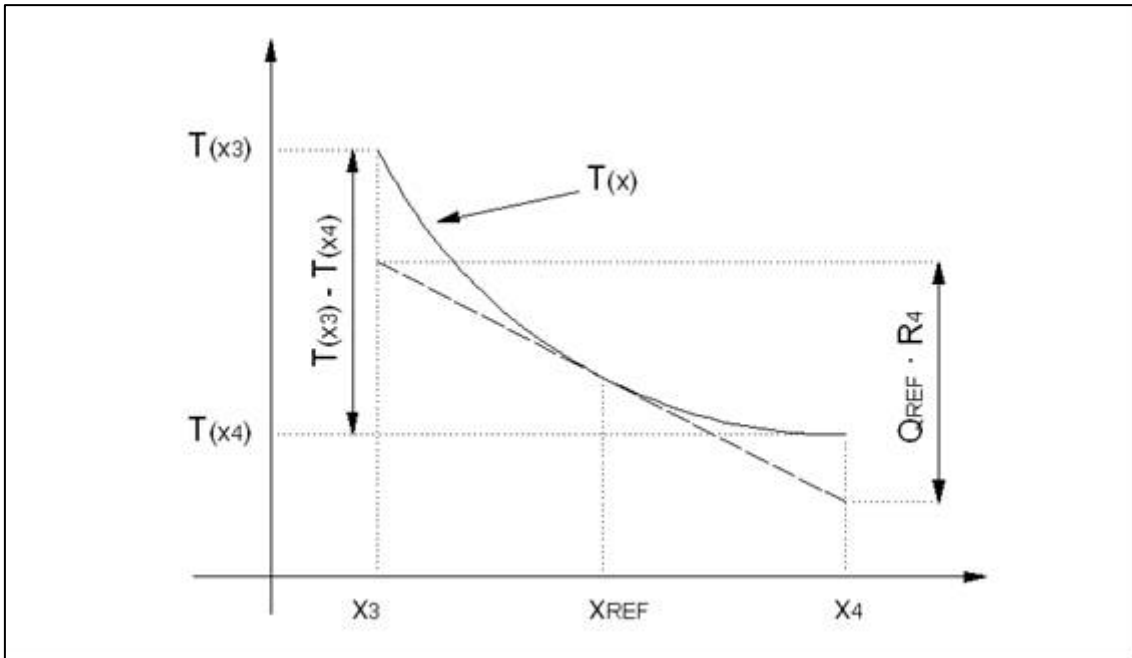


Figura 4.2.6 Función típica de $T(x)$ (temperatura con respecto a la dirección de propagación del calor) en el volumen de control “Pared de corcho” (VC4).

La función $T(x)$ que se muestra en la figura 4.2.6 tiene las siguientes características:

- $T(x)$ está definida en $[x_3, x_4]$ siendo x_3 la coordenada de la superficie interior de la pared de corcho (en contacto con el aire interior), y x_4 la superficie exterior de la pared de corcho (en contacto con la pared de madera). Sabemos que existe transferencia de calor a través del corcho porque $T(x_3) \neq T(x_4)$.
- El proceso de transferencia de calor es en el sentido de x creciente, es decir, el calor se propaga a través de la pared de corcho desde el interior del horno hacia el exterior. Por este motivo $T(x_3) > T(x_4)$.
- Se trata de un estado transitorio de transferencia de calor, que es la situación típica en la que trabajará el horno solar debido a que la radiación solar es variable por naturaleza. Esto queda reflejado en el hecho de que la distribución de temperatura no es lineal en $[x_3, x_4]$.

Mostramos lo que se ha comentado anteriormente en forma matemática, aplicado al ejemplo de la figura 4.2.6:

1. Dentro del intervalo $[x_3, x_4]$ la derivada de T con respecto a x , presenta un mínimo en x_3 y un máximo en x_4 .

$$\frac{d}{dx}T(x_3) < \frac{d}{dx}T(x_{REF}) < \frac{d}{dx}T(x_4)$$

2. $Q(x)$ es directamente proporcional, con signo opuesto, a dT/dx , por lo tanto $Q(x)$ presenta un máximo en x_3 y un mínimo en x_4 .

$$Q(x) = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \quad k, A = \text{cte para toda } x \in [x_3, x_4]$$

$$\text{Por tanto: } Q(x_3) > Q(x_{\text{REF}}) > Q(x_4)$$

3. Si tomamos un valor intermedio entre $Q(x_3)$ y $Q(x_4)$ (por ejemplo el valor medio entre ellos), obtendremos una Q_{REF} que, mediante la ecuación 4.2.3, nos ofrece un valor muy aproximado a la realidad de $(T_3 - T_4)$.

Definimos:

$$Q_{\text{REF}} = \frac{Q(x_3) + Q(x_4)}{2}$$

$$R_4 = - \frac{(x_3 - x_4)}{k \cdot A}$$

Siendo:

$A \text{ [m}^2\text{]}$	Superficie de la pared de corcho.
$k \text{ [W/m]}$	Conductividad térmica del corcho

Se comprueba que:

$$Q_{\text{REF}} \cdot R_4 = \Delta T_{\text{REF}} \approx (T_3 - T_4) \quad \text{Ecuación 4.2.12}$$

Resumimos en este punto lo que se ha expuesto en este apartado hasta ahora. La figura 4.2.5 representa uno de los sistemas de volúmenes de control y condiciones de contorno que forman el modelo teórico. Posteriormente se ha descrito el proceso para obtener una ecuación lineal adicional de la condición de contorno 1 (CC1). El significado físico de CC1 es imponer una diferencia de temperatura entre la cara interior y exterior de la pared de corcho, producida por la transmisión de calor por conducción a través de dicha pared.

La diferencia de temperaturas impuesta por CC1 se ha formulado como:

$$(T_2 - T_4) \approx Q_{\text{REF}} \cdot R_4 \quad \text{Ecuación 4.2.5}$$

El término Q_{REF} se ha definido como:

$$Q_{\text{REF}} = Q_3 - \frac{AC4}{2} \quad \text{Ecuación 4.2.6}$$

Las ecuaciones 4.2.5 y 4.2.6 nos conducen a lo que se ha llamado ecuación reducida de la condición de contorno 1:

$$(T_2 - T_4) = \left[Q_3 - \frac{AC4}{2} \right] \cdot R_4 \quad \text{Ecuación 4.2.10}$$

En este momento podemos desarrollar los términos de 4.2.10 para construir la ecuación extendida de CC1:

Según la ecuación general 4.2.2.a

$$Q_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{T_2^i - T_3^i}{R_2} + \frac{T_2^{i+\Delta t} - T_3^{i+\Delta t}}{R_2} \right) \quad \text{Ecuación 4.2.11}$$

Por su parte el término AC4 está definido de forma general en la ecuación 4.2.2.a, particularizando para AC4:

$$AC4 = \frac{\left(\frac{T_2^{i+\Delta t} + T_4^{i+\Delta t}}{2} - \frac{T_2^i + T_4^i}{2} \right) \cdot (c \cdot m)_{CHF}}{\Delta t} \quad \text{Ecuación 4.2.12}$$

El término $(T_3 - T_4)$ debe expresarse como la media de las diferencias de temperatura en el instante $t = i$ y el instante $t = i+\Delta t$:

$$(T_3 - T_4) = \frac{(T_3^i - T_4^i) + (T_3^{i+\Delta t} - T_4^{i+\Delta t})}{2} \quad \text{Ecuación 4.2.13}$$

Finalmente, combinando las ecuaciones 4.2.10, 4.2.11, 4.2.12 y 4.2.13 se obtiene la ecuación extendida de la condición de contorno 1:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left(\frac{T_2^i - T_3^i}{R_2} + \frac{T_2^{i+\Delta t} - T_3^{i+\Delta t}}{R_2} \right) - \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{T_2^{i+\Delta t} + T_4^{i+\Delta t}}{2} - \frac{T_2^i + T_4^i}{2} \right) (c \cdot m)_{CHF}}{\Delta t} = \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{T_3^i - T_4^i}{R_4} + \frac{T_3^{i+\Delta t} - T_4^{i+\Delta t}}{R_4} \right) \end{aligned}$$

Ecuación 4.2.14. Ecuación extendida de CC1.

La ecuación 4.2.14 es lineal, tal como requiere el modelo teórico, y tiene 3 incógnitas: $T_2^{i+\Delta t}$, $T_3^{i+\Delta t}$ y $T_4^{i+\Delta t}$. El último paso necesario es reorganizar términos para establecer los coeficientes de cada incógnita, a incluir en la matriz [A], y el término independiente, para el vector [b]. Recordamos que [A] y [b] forman parte de la ecuación matricial en la que se basa el modelo teórico.

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{2R_2} \right] \cdot T_2^{i+\Delta t} + \left[-\frac{1}{2R_2} - \frac{(c \cdot m)_{CHF}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_4} \right] \cdot T_3^{i+\Delta t} + \\ + \left[-\frac{(c \cdot m)_{CHF}}{4\Delta t} + \frac{1}{2R_4} \right] \cdot T_4^{i+\Delta t} = -\frac{T_2^i - T_3^i}{R_2} - \frac{(T_3^i + T_4^i) \cdot (c \cdot m)_{CHF}}{4\Delta t} + \frac{T_3^i - T_4^i}{2R_4} \end{aligned}$$

Ecuación 4.2.15

Ecuación extendida de CC1, reorganización de términos: coeficientes y término independiente.
Se han resaltado en rojo las incógnitas

Si consideramos la ecuación 4.2.15 como la quinta ecuación del modelo teórico, se pueden definir los siguientes elementos de la matriz [A] y la matriz [b]:

$$\left[\frac{1}{2R_3} \right] = [A]_{5,2} \quad \text{Ec. 4.2.15a}$$

$$\left[-\frac{1}{2R_3} - \frac{(c \cdot m)_{CHF}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_4} \right] = [A]_{5,3} \quad \text{Ec. 4.2.15b}$$

$$\left[-\frac{(c \cdot m)_{CHF}}{4\Delta t} + \frac{1}{2R_4} \right] = [A]_{5,4} \quad \text{Ec. 4.2.15c}$$

$$\left[-\frac{T_2^I - T_2^J}{R_3} - \frac{(T_2^I + T_4^I) \cdot (c \cdot m)_{CHF}}{4\Delta t} + \frac{T_2^I - T_4^I}{2R_4} \right] = [b]_5 \quad \text{Ec. 4.2.15d}$$

4.3 SISTEMA DE ECUACIONES

En este apartado se da forma al sistema de ecuaciones lineales en el que se basa el modelo teórico. Las ecuaciones proceden de los volúmenes de control y condiciones de contorno definidas en apartados anteriores.

El esquema general de VC's y CC's que se muestra en la figura 4.2.1 puede descomponerse en partes más pequeñas. Concretamente se busca estudiar por separado cada volumen de control y su interacción con los volúmenes de control colindantes. Siguiendo el procedimiento general formulado en apartados posteriores se irán obteniendo ecuaciones lineales para formar un sistema de ecuaciones lineales con el mismo número de incógnitas que de ecuaciones.

El sistema de ecuaciones tiene como incógnitas una serie de temperaturas que se han considerado relevantes para el funcionamiento del horno. La evolución en el tiempo de estas temperaturas se puede calcular siguiendo un proceso iterativo, esquematizado en la figura 4.2.3.

Se ha buscado un equilibrio entre la complejidad del modelo teórico y la precisión de los resultados que puede ofrecer. Se podría haber aumentado la precisión de los cálculos aumentando el número de volúmenes de control y también aumentando la complejidad de la formulación de las condiciones de contorno. Finalmente se han definido un total de 9 volúmenes de control, que tienen asociados 6 condiciones de contorno. Todo ello supone un total de 13 ecuaciones lineales y un total de 13 incógnitas que se corresponden con distintas temperaturas relevantes del horno solar.

La evolución de las temperaturas del horno a través del tiempo se calcula a través de un proceso iterativo cuyo esquema se muestra en la figura 4.2.3. En cada una de las iteraciones hay que resolver el sistema de 13 ecuaciones con 13 incógnitas. El tiempo necesario para ello no resulta un problema porque un ordenador puede realizar este proceso muy rápidamente a través de un programa de cálculo. En este caso se ha utilizado el programa Mathcad que, mediante una correcta programación, convierte el sistema de ecuaciones en una ecuación matricial.

$$[A]_{13 \times 13} \cdot [T]_{13 \times 1} = [b]_{13 \times 1}$$

Donde $[A]_{13 \times 13}$ es la matriz de coeficientes de las incógnitas, $[b]_{13 \times 1}$ es el vector de términos independientes de las ecuaciones y $[T]_{13 \times 1}$ es el vector de incógnitas. El sistema se resuelve invirtiendo $[A]$ y multiplicándola por $[b]$, cosa que el ordenador es capaz de hacer muy rápidamente.

$$[T]_{13 \times 1} = [A]_{13 \times 13}^{-1} \cdot [b]_{13 \times 1}$$

4.3.1 OBTENCIÓN DE ECUACIONES

4.3.1.1 VOLUMEN DE CONTROL 1: PLACA ACUMULACION

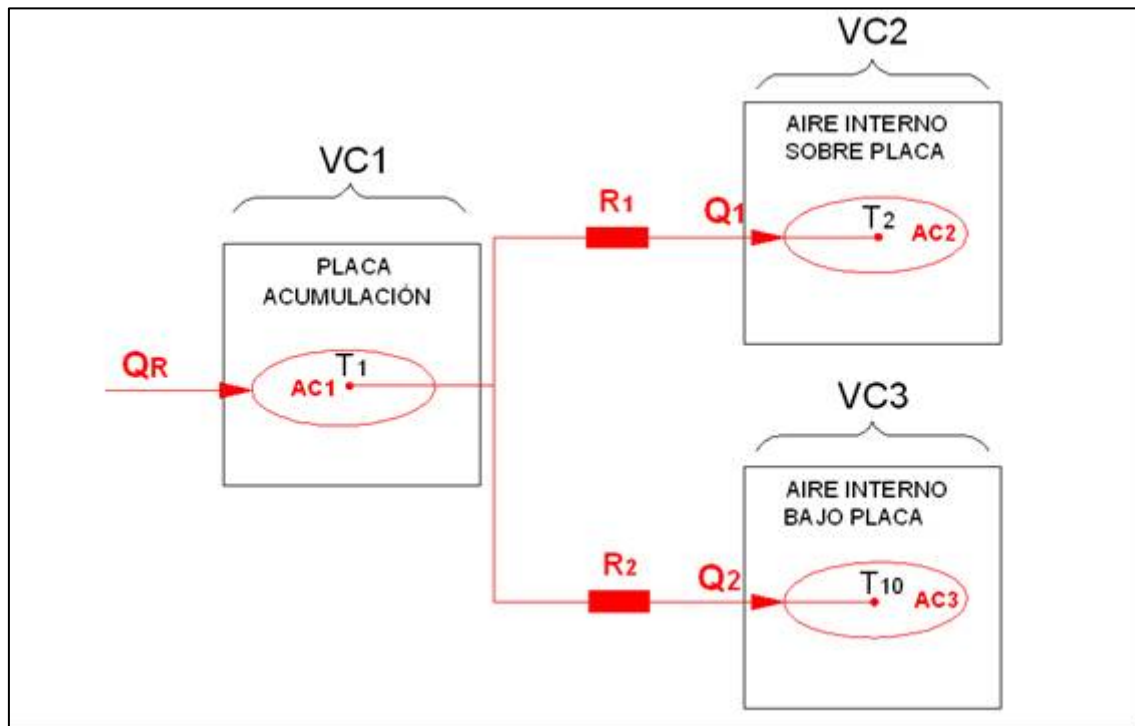


Figura 4.3.1 Esquema VC1

La figura 4.3.1 muestra el esquema de intercambio de calor entre la placa de acumulación y el aire interior del horno sobre ella y bajo ella.

VC1: Placa de acumulación

VC2: Masa de aire interior del horno sobre la placa de acumulación

VC3: Masa de aire del horno bajo la placa de acumulación.

Q_R : Calor de radiación solar que incide en la placa de acumulación.

Q_1 : Calor de convección entre la placa de acumulación y el aire interno del horno sobre la placa de acumulación.

Q_2 : Calor de convección entre la placa de acumulación y el aire interno del horno bajo la placa de acumulación.

$AC1$: Acumulación de energía en la placa de acumulación.

$AC2$: Acumulación de energía en el aire interno del horno sobre la placa.

$AC3$: Acumulación de energía en el aire interno del horno bajo la placa.

Como puede verse, se ha separado el aire interno del horno en dos VC, uno sobre la placa del horno y otro bajo ella. Se ha procedido así porque el intercambio de calor es distinto en cada caso.

El caso de transferencia (Q_2) entre la placa y el aire bajo ella se puede considerar que se trata de aire confinado en una cavidad horizontal con la superficie superior caliente. Según [1] se puede considerar que la transferencia de calor a través del aire es por conducción, por tanto R_2 puede calcularse como una resistencia térmica de conducción:

$$R_2 = \frac{e_2}{k_{a2} A_p} \quad \text{Ecuación 4.3.0}$$

Donde:

e_2 [m] Espesor de la capa de aire bajo la placa.
 k_{a2} [W/m·K] Conductividad térmica del aire.
 A_p [m²] Área de transferencia placa – aire bajo ella.

En el caso (Q₁) de la placa y el aire sobre ella se trata de una transferencia entre aire confinado en una cavidad y la cara inferior de la cavidad. Las referencias consultadas [1] no ofrecen ninguna correlación aplicable a esta configuración. Así que se ha decidido aproximar el proceso a un intercambio de calor por convección libre entre una superficie horizontal y un fluido sobre ella. La referencia [1] ofrece las siguientes correlaciones en función del sentido de la transferencia y el número de Rayleigh para el coeficiente convectivo:

$R_1 = \frac{1}{h_1 A_p}$ Ecuación 4.3.1	$h_1 = \frac{0.54 Ra_L^{\frac{1}{4}} \cdot k_{a1}}{L_{c1}} \quad 10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$ <p>Temp. Aire > Temp. placa</p>
	$h_1 = \frac{0.15 Ra_L^{\frac{1}{3}} \cdot k_{a1}}{L_{c1}} \quad 10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$ <p>Temp. Aire > Temp. placa</p>
	$h_1 = \frac{0.27 Ra_L^{1/4} \cdot k_{a1}}{L_{c1}} \quad 10^8 \leq Ra_L \leq 10^{10}$ <p>Temp. placa > Temp. aire</p>

Donde:

h_1 [W/(m²K)] Coeficiente convectivo entre la placa y el aire sobre ella.

$$Ra_{xo} = \frac{g \cdot \beta (T_s - T_{\infty}) x^3}{\nu \cdot \alpha} \quad [\text{Adimensional}]$$

Número adimensional de Rayleigh. Representa la comparación entre las fuerzas viscosas y la fuerzas de empuje hidrostático en un fluido.

g [m/s²] Aceleración de la gravedad.
 β [1/K] Coeficiente de expansión volumétrica térmica del aire sobre la placa. Considerando gas ideal, es igual a la inversa de la temperatura.
 x [m] Longitud características. En superficies planas se calcula como el cociente entre área y perímetro de la superficie.
 ν [m²/s] Viscosidad cinemática del fluido.
 α [m²/s] Difusividad térmica del fluido.
 k_{a1} [W/m·K] Conductividad térmica del aire.
 L_{c1} [m] Longitud característica del proceso.
 A_p [m²] Área de transferencia placa – aire sobre ella.

La expresión reducida de la ecuación para VC1 es:

$$Q_R = AC1 + Q_1 + Q_2 \quad \text{Ecuación 4.3.2}$$

La expresión extendida y reorganizada para VC1 es:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{(c \cdot m)_p}{\Delta t} + \frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_2} \right] T_1^{i+\Delta t} + \left[\frac{-1}{2R_1} \right] T_2^{i+\Delta t} + \left[\frac{-1}{2R_2} \right] T_{10}^{i+\Delta t} = \\ & = \frac{T_1^i (c \cdot m)_p}{\Delta t} - \frac{T_1^i - T_2^i}{2R_1} - \frac{T_1^i - T_{10}^i}{2R_2} + \frac{Q_R^i + Q_R^{i+\Delta t}}{2} \end{aligned}$$

Ecuación 4.3.3

4.3.1.2 VOLUMEN DE CONTROL 2: AIRE INTERNO SOBRE PLACA

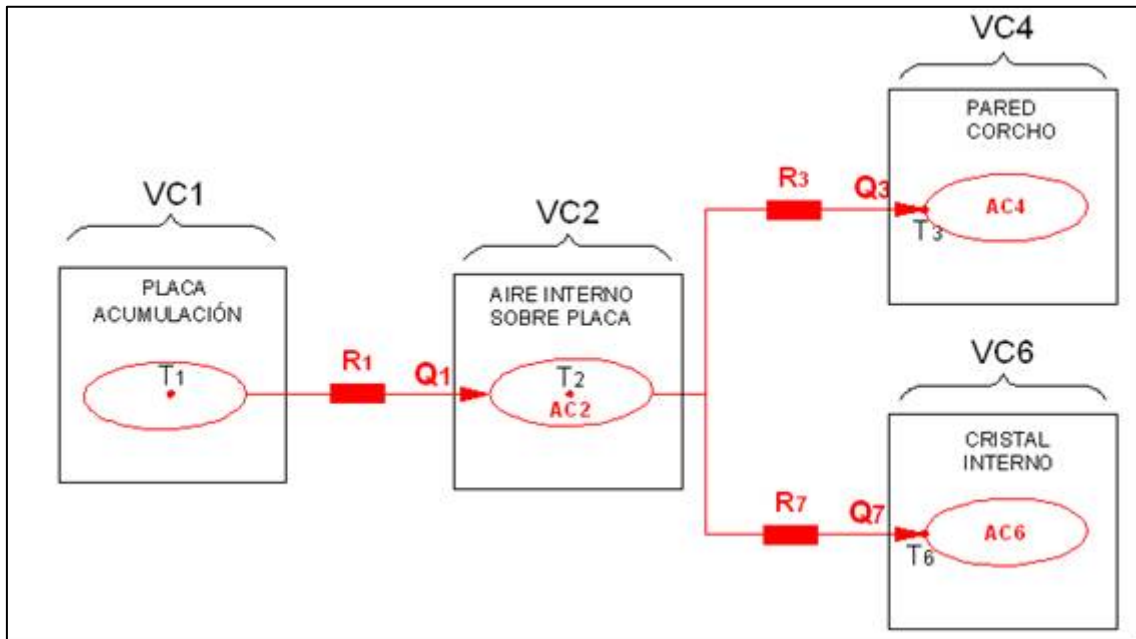


Figura 4.3.2 Esquema VC2

La figura muestra el intercambio de calor entre el aire interno sobre la placa y la placa de acumulación, las paredes de corcho del horno y el cristal interno del mismo.

VC1: Placa de acumulación

VC2: Masa de aire interior del horno sobre la placa de acumulación

VC4: Pared de corcho del horno.

VC6: Cristal interno del horno

Q_1 : Calor de convección entre la placa de acumulación y el aire interno del horno sobre la placa de acumulación.

Q_3 : Calor de convección entre el aire interno sobre placa y la pared de corcho.

Q_7 : Calor de convección entre el aire interno sobre placa y el cristal interno

AC_2 : Acumulación de energía en el aire interno del horno sobre la placa.

AC_4 : Acumulación de energía en el corcho de las paredes del horno.

AC_6 : Acumulación de energía en el cristal interno horno

El intercambio (Q_1) entre placa de acumulación y aire sobre ella se describió anteriormente según la ecuación 4.3.1.

$$R_1 = \frac{1}{h_1 A_p}$$

Ver ecuación 4.3.1

La transferencia de calor (Q_7) entre el aire y el cristal interno del horno también se puede aproximar como una convección libre con una superficie horizontal. Pero en esta ocasión la superficie horizontal está en la parte superior, [1] propone las siguientes correlaciones:

$R_7 = \frac{1}{h_7 A_{CR1}}$ <p>Ecuación 4.3.4</p>	$h_7 = \frac{0.54 Ra_L^{1/4} \cdot k_{a1}}{L_{c7}} \quad 10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$
	$h_7 = \frac{0.15 Ra_L^{1/3} \cdot k_{a1}}{L_{c7}} \quad 10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$

El intercambio de calor (Q_3) entre el aire y las paredes de corcho se ha decidido aproximar a una transferencia de convección libre entre una superficie horizontal y un fluido, para lo cual [1] ofrece la siguiente correlación:

$R_3 = \frac{1}{h_3 A_{PCH}}$ <p>Ecuación 4.3.5</p>	$h_3 = \frac{\left\{ 0.825 + \frac{0.387 Ra_{ca}^{1/4}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{4/9}} \right\}^2 \cdot k_{a1}}{L_{ca}}$ <p>Para cualquier valor de Ra.</p>
---	---

Donde:

h_3 [W/(m²K)] Coeficiente convectivo entre aire interno sobre placa y paredes de corcho.

$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ [Adimensional]

Número adimensional de Prandtl que relaciona la viscosidad dinámica y la difusividad térmica.

Ra [Adim.] Número adimensional de Rayleigh.

A_{PCH} [m²] Superficie de intercambio entre aire interior del horno sobre placa y pared de corcho.

L_{c7} [m] Longitud característica del intercambio de calor.

La expresión reducida de la ecuación para VC2 es:

$$AC2 = Q_1 - Q_3 - Q_7 \quad \text{Ecuación 4.3.6}$$

La expresión extendida y reorganizada para VC3 es:

$$\begin{aligned} \left[\frac{-1}{2R_1} \right] T_1^{i+\Delta t} + \left[\frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_3} + \frac{1}{2R_7} \right] T_2^{i+\Delta t} + \left[\frac{-1}{2R_3} \right] T_3^{i+\Delta t} + \left[\frac{-1}{2R_7} \right] T_6^{i+\Delta t} = \\ = \frac{T_2^i (cp \cdot m)_{a1}}{\Delta t} + \frac{T_1^i - T_2^i}{2R_1} - \frac{T_2^i - T_3^i}{2R_3} + \frac{T_2^i - T_6^i}{2R_7} \end{aligned}$$

$$\text{Ecuación 4.3.7}$$

4.3.1.3 VOLUMEN DE CONTROL 3: AIRE INTERNO BAJO PLACA

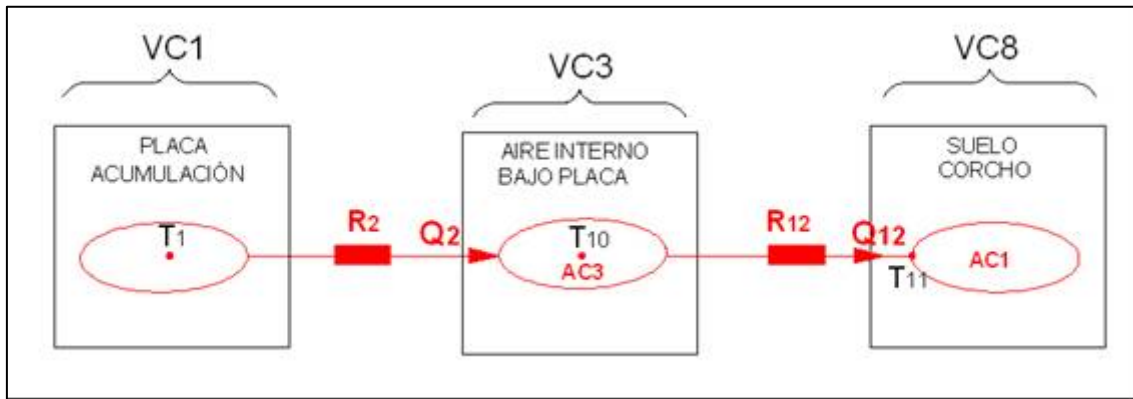


Figura 4.3.3 Esquema VC3

La figura muestra el intercambio de calor entre el aire interno bajo la placa y el suelo de corcho y la placa de acumulación.

VC1: Placa de acumulación

VC3: Masa de aire interior del horno bajo la placa de acumulación

VC8: Suelo de corcho del horno.

Q_2 : Calor de convección entre la placa de acumulación y el aire interno del horno bajo la placa de acumulación.

Q_{12} : Calor de convección entre el aire interno bajo placa y el suelo de corcho.

AC1: Acumulación de energía en la placa de acumulación.

AC3: Acumulación de energía en el aire interno del horno bajo la placa.

El intercambio (Q_2) entre la placa de acumulación y el aire bajo ella se describió anteriormente según la resistencia de convección R_2 (ecuación 4.3.0).

La transferencia (Q_{12}) entre el aire bajo la placa y el suelo de corcho del horno se puede considerar como un intercambio de convección libre entre un fluido y una superficie bajo él. Un proceso similar se describió con la ecuación 4.3.1.

$R_{12} = \frac{1}{h_{12} A_{a2-sch}}$ <p>Ecuación 4.3.8</p>	$h_{12} = \frac{0.54 Ra_L^{1/4} k_{a2}}{L_{c2}} \quad 10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$ <p>Temp. Aire > Temp. suelo corcho</p>
	$h_{12} = \frac{0.15 Ra_L^{1/3} k_{a2}}{L_{c2}} \quad 10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$ <p>Temp. Aire > Temp. suelo corcho</p>
	$h_{12} = \frac{0.27 Ra_L^{1/4} k_{a2}}{L_{c2}} \quad 10^5 \leq Ra_L \leq 10^{10}$ <p>Temp. placa > Temp. aire</p>

La expresión reducida de la ecuación para VC3 es:

$$AC3 = Q_2 - Q_{12} \quad \text{Ecuación 4.3.9}$$

La expresión extendida y reorganizada para VC3 es:

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{2R_2} \right] T_1^{i+\Delta t} + \left[\frac{-(cp \cdot m)_{a2}}{\Delta t} + \frac{-1}{2R_2} + \frac{-1}{2R_{12}} \right] T_{10}^{i+\Delta t} + \left[\frac{1}{2R_{12}} \right] T_{11}^{i+\Delta t} = \\ = \frac{-T_{10}^i (cp \cdot m)_{a1}}{\Delta t} - \frac{T_1^i - T_{10}^i}{2R_2} + \frac{T_{10}^i - T_{11}^i}{2R_{12}} \end{aligned}$$

Ecuación 4.3.10

4.3.1.4 VOLUMENES DE CONTROL 4 Y 5: PARED DE CORCHO Y PARED DE MADERA

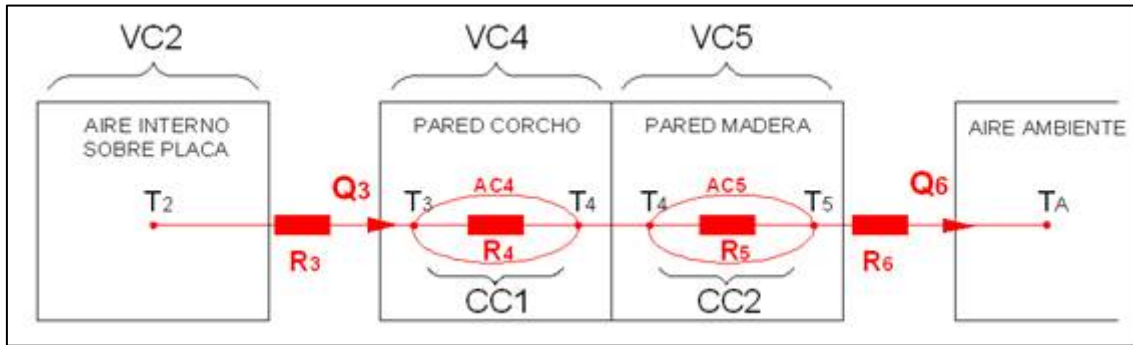


Figura 4.3.4 Esquema VC4 y VC5

El esquema representa la transferencia de calor desde el aire interior sobre placa del horno hasta el aire del exterior a través de las paredes del horno. Las paredes se han modelizado mediante dos volúmenes de control (VC4 y VC5) para diferenciar el corcho de la madera. Como la transmisión de calor a través de la pared es por conducción se han establecido las correspondientes condiciones de contorno (CC1 y CC2).

- VC2: Masa de aire interior del horno sobre la placa de acumulación
- VC4: Pared de corcho del horno.
- VC5: Pared de madera del horno.
- CC1: Diferencia de temperatura entre la superficie interior y exterior de la pared de corcho.
- CC2: Diferencia de temperatura entre la superficie interior y exterior de la pared de madera.
- Q₃: Calor de convección entre el aire interno sobre placa y la pared de corcho.
- Q₆: Calor de convección entre la superficie exterior de madera de las paredes del horno y el aire ambiente.
- AC4: Acumulación de energía en el corcho de las paredes del horno.
- AC5: Acumulación de energía en la madera de las paredes del horno.

El intercambio de calor Q₃ se ha comentado anteriormente. Se ha definido de acuerdo con la ecuación 4.3.5.

La transferencia de calor Q₆ entre la superficie exterior de las paredes del horno y el aire ambiente se puede considerar como una convección libre entre un fluido y una superficie horizontal. Se puede plantear de forma análoga a Q₃ para alcanzar la siguiente expresión:

$R_6 = \frac{1}{h_6 A_{PM}}$	$h_6 = \frac{\left\{ 0.825 + \frac{0.387 Ra_{L_{c6}}^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 \cdot k_{aA}}{L_{c6}}$
Ecuación 4.3.11	Para cualquier valor de Ra.

Donde:

- h_6 [W/(m²K)] Coeficiente convectivo entre superficie exterior de paredes de madera y aire exterior.
- Pr [Adim.] Número de Prandtl para las propiedades del aire ambiente.
- Ra [Adim.] Número adimensional de Rayleigh para las propiedades del aire ambiente.
- A_{PM} [m²] Superficie de intercambio entre superficie exterior de las paredes de madera y el aire ambiente
- L_{c6} [m] Longitud característica del intercambio de calor.

La expresión reducida de la ecuación para VC4 + VC5 es:

$$Q_3 - Q_6 = AC4 + AC5 \quad \text{Ecuación 4.3.12}$$

La expresión extendida y reorganizada para VC4 + VC5 es:

$$\left[\frac{1}{2R_3} \right] T_2^{i+\Delta t} + \left[\frac{-1}{2R_3} - \frac{(c \cdot m)_{CHP}}{2\Delta t} \right] T_5^{i+\Delta t} + \left[-\frac{(c \cdot m)_{CHP}}{2\Delta t} - \frac{(c \cdot m)_{MP}}{2\Delta t} \right] T_4^{i+\Delta t} + \left[\frac{-1}{2R_6} - \frac{(c \cdot m)_{MP}}{2\Delta t} \right] T_5^{i+\Delta t} = -\frac{T_2^i - T_3^i}{2R_3} + \frac{T_5^i - T_A^i}{2R_6} - \frac{T_A^i}{2R_6} - \frac{(T_2^i + T_4^i)(c \cdot m)_{CHP}}{2\Delta t} - \frac{(T_4^i + T_5^i)(c \cdot m)_{MP}}{2\Delta t}$$

$$\text{Ecuación 4.3.13}$$

La expresión reducida de la condición de contorno CC1 es:

$$Q_3 - \frac{AC5}{2} = \frac{T_3 - T_4}{R_4} \quad \text{Ecuación 4.3.14}$$

La expresión extendida de la condición de contorno 1 CC1 es:

$$\left[\frac{1}{2R_3} \right] T_2^{i+\Delta t} + \left[\frac{-1}{2R_3} - \frac{(cp \cdot m)_{CHP}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_4} \right] T_5^{i+\Delta t} + \left[-\frac{(c \cdot m)_{CHP}}{4\Delta t} + \frac{1}{2R_{12}} \right] T_4^{i+\Delta t} = -\frac{T_2^i - T_3^i}{2R_3} - \frac{(T_2^i + T_4^i)(c \cdot m)_{CHP}}{4\Delta t} + \frac{T_3^i - T_4^i}{2R_4}$$

$$\text{Ecuación 4.3.15}$$

La expresión reducida de la condición de contorno 2 CC2 es:

$$Q_6 + \frac{AC5}{2} = \frac{T_4 - T_5}{R_5} \quad \text{Ecuación 4.3.16}$$

La expresión extendida de la condición de contorno 2 CC2 es:

$$\left[\frac{(c \cdot m)_{MP}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_s} \right] T_4^{i+\Delta t} + \left[\frac{1}{2R_s} + \frac{(c \cdot m)_{MP}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_s} \right] T_5^{i+\Delta t} =$$

$$= -\frac{T_5^i - T_A^i}{2R_s} + \frac{T_A^{i+\Delta t}}{2R_s} + \frac{(T_4^i + T_5^i)(c \cdot m)_{MP}}{4\Delta t} + \frac{T_4^i - T_5^i}{2R_s}$$

Ecuación 4.3.17

4.3.1.5 VOLUMEN DE CONTROL 6: CRISTAL INTERIOR

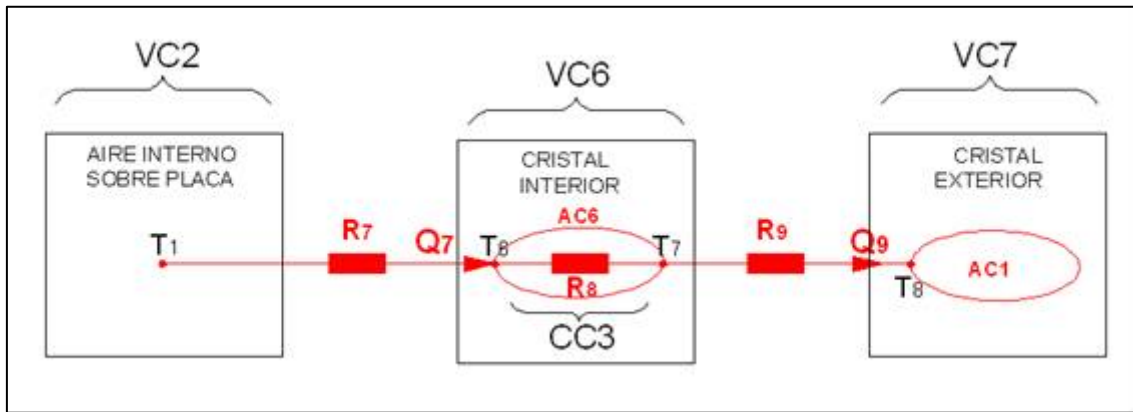


Figura 4.3.5 Esquema VC6

La figura representa la circulación de calor a través del cristal interior de la ventana del horno.

VC2: Masa de aire interior del horno sobre la placa de acumulación

VC6: Cristal interior de la ventana del horno.

VC7: Cristal exterior de la ventana del horno.

CC3: Diferencia de temperatura entre la superficie interior y exterior del cristal interior de la ventana del horno.

Q_7 : Calor de convección entre el aire interno sobre placa y la superficie interior del cristal interior del horno.

Q_9 : Calor de convección entre la superficie exterior del cristal interior del horno y la superficie interior del cristal exterior de la ventana del horno.

AC6: Acumulación de energía en el cristal interior de la ventana del horno.

El intercambio de calor Q_7 se ha comentado anteriormente. Se ha definido de acuerdo con la ecuación 4.3.4.

Entre los dos cristales de la ventana hay una cámara de aire como método de aislamiento. La transferencia de calor (Q_9) es por convección libre en una cavidad rectangular inclinada. La bibliografía consultada [1] propone una serie de correlaciones para este tipo de configuraciones. Se ha tomado una para el caso de transferencia de calor entre las paredes enfrentadas de una cavidad rectangular (cristal interior y exterior) estando las otras dos caras aisladas (paredes de la carcasa hechos con materiales aislantes, corcho y madera). Hay que destacar que todas las correlaciones que ofrece [1] solo relacionan las temperaturas entre las superficies de la cavidad y en ningún momento ofrecen referencia alguna de la temperatura del fluido en el interior de la cavidad. Por este motivo no se ha establecido un volumen de control para el aire entre los dos cristales, porque no hay forma de relacionar su temperatura con la de los cristales.

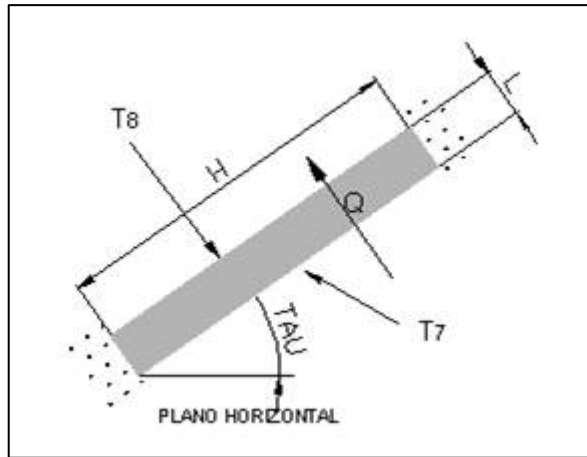


Figura 4.3.6

Convección libre en una cavidad rectangular.

El coeficiente convectivo de Q_9 se puede definir en función del número adimensional de Nusselt:

$$R_9 = \frac{1}{h_9 A_{CR}} ; h_9 = \frac{Nu_9 k_A}{L} \quad \text{Ecuación 4.3.18}$$

Donde:

- R_9 [K/W] Resistencia térmica aplicada a Q_9 .
- h_9 [W/(m²·K)] Coeficiente convectivo aplicado a Q_9
- A_{CR} [m²] Área de intercambio entre los dos cristales, que coincide con el área de uno de los cristales.
- Nu_9 [Adim.] Número de Nusselt, su definición en este caso se verá a continuación.
- k_A [W/(K·m)] Conductividad térmica del aire entre los cristales.
- L [m] Distancia entre los cristales según figura 4.3.6.

La bibliografía consultada propone la siguiente correlación para calcular Nu_9 :

$$Nu_9 = 1 + 1.44 \left[1 - \frac{1708}{Ra_9 \cos \tau} \right]^* \left[1 - \frac{1708 (\sin 1.8\tau)^{1.6}}{Ra_9 \cos \tau} \right] + \left[\left(\frac{Ra_9 \cos \tau}{5830} \right)^{1/3} - 1 \right]^*$$

Ecuación 4.3.19

Siempre que se cumpla $\left[\frac{H}{L} \geq 12 \right]$
 $\left[0 < \tau < \tau^* \right]$

La notación []* indica que, si la cantidad entre corchetes es negativa, el término debe ser igualado a cero, según [1].

(H/L)	1	3	6	12	>12
τ^*	25°	53°	60°	67°	70°

Tabla 4.3.1 Ángulo crítico para cavidades rectangulares inclinadas según ángulo τ definido en figura 4.3.6.

Comprobamos que la geometría del horno solar cumple con las condiciones de la ecuación 4.3.19.

$$\begin{aligned} H/L &= 0.61(\text{m}) / 0.03(\text{m}) = 20.3 \geq 12 \\ 0 < \tau &= 28^\circ < \tau^*(H/L=20.3) = 70^\circ \end{aligned}$$

Además, siempre según [1] el número de Rayleigh se define en este caso de la siguiente forma:

$$Ra_g = \frac{g \cdot \beta (T_7 - T_8) L^3}{\nu \cdot \alpha} \quad \text{Ecuación 4.3.20}$$

Una vez considerado todo lo anterior, podemos establecer la ecuación reducida para VC6:

$$Q_7 = AC6 + Q_9 \quad \text{Ecuación 4.3.21}$$

La expresión extendida y reorganizada para VC6 es:

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{2R_7} \right] T_2^{i+\Delta t} + \left[-\frac{1}{2R_7} - \frac{(c \cdot m)_{CR}}{2\Delta t} \right] T_6^{i+\Delta t} + \left[-\frac{(c \cdot m)_{CR}}{2\Delta t} - \frac{1}{2R_9} \right] T_7^{i+\Delta t} + \\ + \left[\frac{1}{2R_9} \right] T_8^{i+\Delta t} = -\frac{T_2^i - T_6^i}{2R_7} - \frac{(T_6^i + T_7^i)(c \cdot m)_{CR}}{2\Delta t} + \frac{T_7^i - T_8^i}{2R_9} \end{aligned}$$

$$\text{Ecuación 4.3.22}$$

La expresión reducida de CC3 es:

$$Q_7 + \frac{AC6}{2} = \frac{T_6 - T_7}{R_9} \quad \text{Ecuación 4.3.23}$$

La expresión extendida de CC3 es:

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{2R_7} \right] T_2^{i+\Delta t} + \left[-\frac{1}{2R_7} - \frac{(c \cdot m)_{CR}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_8} \right] T_6^{i+\Delta t} + \left[-\frac{(c \cdot m)_{CR}}{2\Delta t} + \frac{1}{2R_8} \right] T_7^{i+\Delta t} = \\ = -\frac{T_2^i - T_6^i}{2R_7} - \frac{(T_6^i + T_7^i)(c \cdot m)_{CR}}{4\Delta t} + \frac{T_6^i - T_7^i}{2R_8} \end{aligned}$$

$$\text{Ecuación 4.3.24}$$

4.3.1.6 VOLUMEN DE CONTROL 7: CRISTAL EXTERIOR

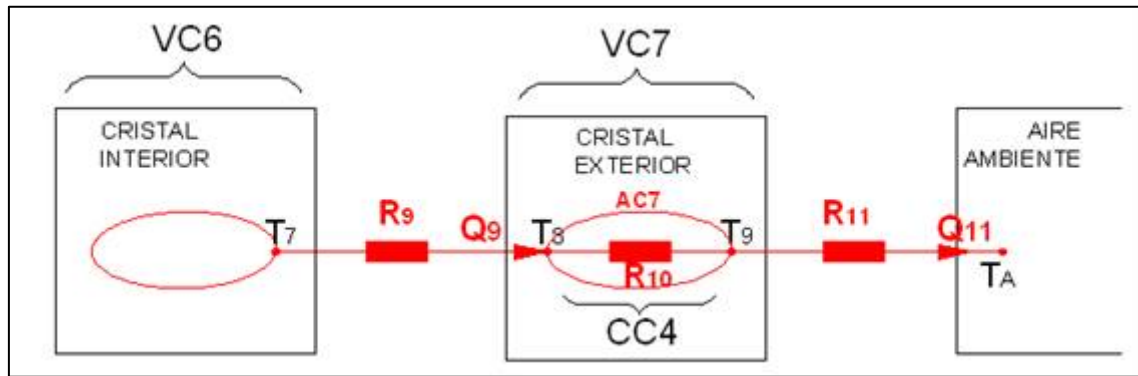


Figura 4.3.7 Esquema VC7

La figura representa la circulación de calor a través del cristal exterior de la ventana del horno.

VC6: Cristal interior de la ventana del horno.

VC7: Cristal exterior de la ventana del horno.

CC4: Diferencia de temperatura entre la superficie interior y exterior del cristal exterior de la ventana del horno.

Q_9 : Calor de convección entre la superficie exterior del cristal interior del horno y la superficie interior del cristal exterior de la ventana del horno.

Q_{11} : Calor de convección entre la superficie exterior del cristal exterior del horno y el aire ambiente.

AC7: Acumulación de energía en el cristal exterior de la ventana del horno.

El intercambio de calor Q_9 se ha comentado anteriormente. Se ha definido de acuerdo con el coeficiente convectivo h_9 (ecuación 4.3.18).

La transferencia de calor por convección Q_{11} se puede considerar como convección libre entre una superficie horizontal y un fluido sobre ella. Anteriormente se describió un proceso similar entre la placa de acumulación y el aire interno del horno sobre ella, para lo cual se definió la resistencia de convección R_1 (ecuación 4.3.1). Para el caso de Q_{11} definimos su resistencia térmica de forma análoga

$R_{11} = \frac{1}{h_{11} A_{CR2}}$ <p>Ecuación 4.3.25</p>	$h_{11} = \frac{0.54 Ra_L^{1/4} k_{aA}}{L_{c11}} \quad 10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$ <p>Temp. Aire > Temp. Cristal exterior</p>
	$h_{11} = \frac{0.15 Ra_L^{1/3} k_{aA}}{L_{c11}} \quad 10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$ <p>Temp. Aire > Temp. Cristal exterior</p>
	$h_{11} = \frac{0.27 Ra_L^{1/4} k_{aA}}{L_{c11}} \quad 10^5 \leq Ra_L \leq 10^{10}$ <p>Temp. Cristal exterior > Temp. aire</p>

Donde:

h_{11} [W/(m²K)] Coeficiente convectivo entre el cristal exterior y el aire ambiente.

$$Ra_{\text{ext}} = \frac{g \cdot \beta (T_s - T_{\infty}) x^3}{\nu \cdot \alpha} \quad [\text{Adimensional}]$$

Número adimensional de Rayleigh.

k_{aA} [W/m·K] Conductividad térmica del aire.

L_{c11} [m] Longitud característica del proceso.

A_{CR2} [m²] Área de transferencia cristal exterior – aire sobre ella.

La expresión reducida de la ecuación para VC7 es:

$$Q_9 = AC7 + Q_{11} \quad \text{Ecuación 4.3.26}$$

La expresión extendida y reorganizada de la ecuación de VC6 es:

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{2R_9} \right] T_7^{i+\Delta t} + \left[-\frac{1}{2R_9} - \frac{(c \cdot m)_{CR}}{2\Delta t} \right] T_8^{i+\Delta t} + \left[-\frac{(c \cdot m)_{CR}}{2\Delta t} - \frac{1}{2R_{11}} \right] T_9^{i+\Delta t} = \\ = -\frac{T_7^i - T_8^i}{2R_9} - \frac{(T_8^i + T_9^i)(c \cdot m)_{CR}}{2\Delta t} + \frac{T_9^i - T_A^i}{2R_{11}} - \frac{T_A^{i+\Delta t}}{2R_{11}} \end{aligned}$$

Ecuación 4.3.27

La condición de contorno 4 impone una diferencia de temperatura entre la superficie interior y la exterior del cristal exterior siempre que exista conducción a través de él. La expresión reducida de la ecuación asociada a CC4 es:

$$Q_9 - \frac{AC7}{2} = \frac{T_8 - T_9}{R_{10}} \quad \text{Ecuación 4.3.28}$$

La expresión extendida de la ecuación asociada a CC4 es:

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{2R_9} \right] T_7^{i+\Delta t} + \left[-\frac{1}{2R_9} - \frac{(c \cdot m)_{CR}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_{10}} \right] T_8^{i+\Delta t} + \left[-\frac{(c \cdot m)_{CR}}{4\Delta t} + \frac{1}{2R_{10}} \right] T_9^{i+\Delta t} = \\ = -\frac{T_7^i - T_8^i}{2R_9} - \frac{(T_8^i + T_9^i)(c \cdot m)_{CR}}{4\Delta t} + \frac{T_8^i - T_9^i}{2R_{10}} \end{aligned}$$

Ecuación 4.3.29

4.3.1.7 VOLUMENES DE CONTROL 8 Y 9: SUELO DE CORCHO Y SUELO DE MADERA

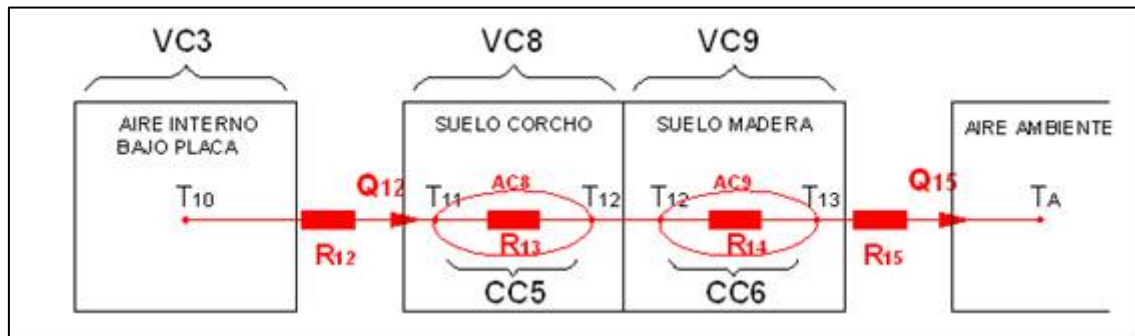


Figura 4.3.8 Esquema VC8 + VC9

La figura representa la transmisión de calor desde el aire bajo la placa de acumulación hasta el aire ambiente a través del suelo del horno. Este suelo tiene una primera capa aislante de corcho y después la carcasa de madera.

VC3: Masa de aire interior del horno bajo la placa de acumulación

VC8: Suelo de corcho del horno.

VC9: Suelo de madera del horno.

CC5: Diferencia de temperatura entre la superficie superior e inferior del corcho del suelo del horno.

CC6: Diferencia de temperatura entre la superficie superior e inferior de la madera del suelo del horno.

Q_{12} : Calor de convección entre el aire bajo la placa de acumulación y la superficie interior del suelo de corcho.

Q_{15} : Calor de convección entre la superficie exterior del suelo del horno y el aire ambiente.

AC8: Acumulación de energía en el corcho del suelo del horno.

AC9: Acumulación de energía en la madera del suelo del horno.

El intercambio de calor (Q_{12}) por convección entre el aire bajo la palca de acumulación del horno y el suelo de corcho se ha comentado anteriormente. La resistencia térmica asociada está definida según la ecuación 4.3.8.

La transferencia de calor (Q_{15}) entre la superficie exterior del suelo de madera y el aire ambiente se puede considerar como un una convección libre entre una superficie y un fluido bajo ella. Es por tanto un proceso análogo a Q_{12} , de forma que se puede definir la resistencia convectiva R_{15} siguiendo la pauta de la ecuación 4.3.8 (definición de R_{12}).

$R_{15} = \frac{1}{h_{15} A_{SM}}$ <p>Ecuación 4.3.30</p>	$h_{15} = \frac{0.54 Ra_L^{1/4} k_{aA}}{L_{c15}} \quad 10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$ <p>Temp. Aire > Temp. suelo madera</p>
	$h_{15} = \frac{0.15 Ra_L^{1/3} k_{aA}}{L_{c15}} \quad 10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$ <p>Temp. Aire > Temp. suelo madera</p>
	$h_{15} = \frac{0.27 Ra_L^{1/3} k_{aA}}{L_{c15}} \quad 10^5 \leq Ra_L \leq 10^{10}$ <p>Temp. Suelo madera > Temp. aire</p>

Donde:

h_{15} [W/(m²K)] Coeficiente convectivo entre la superficie inferior del suelo de madera y el aire ambiente.

$$Ra_{\alpha\theta} = \frac{g \cdot \beta (T_s - T_{\infty}) x^3}{\nu \cdot \alpha} \quad [\text{Adimensional}]$$

Número adimensional de Rayleigh.

k_{aA} [W/m·K] Conductividad térmica del aire.

L_{c15} [m] Longitud característica del proceso.

A_{SM} [m²] Área de transferencia entre suelo y aire ambiente que coincide con el área de la superficie inferior del suelo del horno.

La expresión reducida de la ecuación para el conjunto de los dos volúmenes de control VC8+VC9 es:

$$Q_{12} - Q_{15} = AC8 + AC9 \quad \text{Ecuación 4.3.31}$$

La expresión extendida y reorganizada de la ecuación correspondiente a VC8+VC9 es:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{2R_{12}} \right] T_{10}^{i+\Delta t} + \left[-\frac{1}{2R_{12}} - \frac{(c \cdot m)_{CHS}}{2\Delta t} \right] T_{11}^{i+\Delta t} + \left[-\frac{(c \cdot m)_{CHS}}{2\Delta t} - \frac{(c \cdot m)_{MS}}{2\Delta t} \right] T_{12}^{i+\Delta t} + \\ & + \left[-\frac{1}{2R_{15}} - \frac{(c \cdot m)_{MS}}{2\Delta t} \right] T_{15}^{i+\Delta t} = -\frac{T_{10}^i - T_{11}^i}{2R_{12}} + \frac{T_{12}^i - T_A^i}{2R_{15}} - \frac{T_A^i}{2R_{15}} - \\ & - \frac{T_{11}^i (c \cdot m)_{CHS}}{2\Delta t} - \frac{T_{12}^i (c \cdot m)_{CHS}}{2\Delta t} - \frac{(T_{12}^i + T_{15}^i) (c \cdot m)_{MS}}{2\Delta t} \end{aligned}$$

Ecuación 4.3.32

La condición de contorno 5 (CC5) impone que exista una diferencia de temperatura entre la superficie superior e inferior del suelo de corcho cuando existe conducción de calor a través de él. La ecuación asociada a CC5 tiene la siguiente expresión reducida:

$$Q_{12} - \frac{AC8}{2} = \frac{T_{11} - T_{12}}{R_{13}} \quad \text{Ecuación 4.3.33}$$

La expresión extendida de la ecuación asociada a CC5 es:

$$\left[\frac{1}{2R_{12}} \right] T_{10}^{i+\Delta t} + \left[-\frac{1}{2R_{12}} - \frac{(c \cdot m)_{CHS}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_{13}} \right] T_{11}^{i+\Delta t} + \left[-\frac{(c \cdot m)_{CHS}}{4\Delta t} + \frac{1}{2R_{13}} \right] T_{12}^{i+\Delta t} =$$

$$= -\frac{T_{10}^i - T_{11}^i}{2R_{12}} - \frac{(T_{11}^i + T_{12}^i)(c \cdot m)_{CHS}}{4\Delta t} + \frac{T_{11}^i - T_{12}^i}{2R_{13}}$$

Ecuación 4.3.34

La condición de contorno CC6 impone que exista una diferencia de temperatura entre la superficie superior y la inferior del suelo de madera siempre que haya conducción a través de la madera. La expresión reducida de la ecuación asociada a CC6 es:

$$Q_{15} + \frac{AC9}{2} - \frac{T_{12} - T_{13}}{R_{14}}$$

Ecuación 4.3.35

La expresión extendida de la ecuación asociada a CC6 es:

$$\left[\frac{(c \cdot m)_{MS}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_{14}} \right] T_{12}^{i+\Delta t} + \left[\frac{1}{2R_{15}} + \frac{(c \cdot m)_{MS}}{4\Delta t} + \frac{1}{2R_{14}} \right] T_{13}^{i+\Delta t} =$$

$$= -\frac{T_{12}^i}{2R_{15}} + \frac{T_A^i}{2R_{15}} + \frac{T_A^{i+\Delta t}}{2R_{15}} - \frac{(T_{12}^i + T_{13}^i)(c \cdot m)_{MS}}{4\Delta t} + \frac{T_{12}^i - T_{13}^i}{2R_{14}}$$

Ecuación 4.3.36

4.3.2 ECUACIÓN MATRICIAL

En el apartado 4.3.1 se han definido una serie de ecuaciones lineales asociadas a los volúmenes de control y condiciones de contorno del modelo teórico. Estas ecuaciones forman un sistema formado por 13 ecuaciones y 13 incógnitas. Se trata de un sistema de ecuaciones lineales determinado, es decir existe una solución y dicha solución es única.

El significado de este sistema, en términos físicos, es que es posible conocer las temperaturas de cada una de las partes del horno en un instante “i”, siempre y cuando se conozcan dichas temperaturas en un instante anterior separado una cantidad de tiempo Δt , y también la radiación solar y la temperatura ambiente en ambos instantes.

Cualquier sistema de ecuaciones se puede expresar de forma matricial, en este caso podemos establecer:

$$[A]_{13 \times 13} \cdot [T]_{13 \times 1} = [b]_{13 \times 1} \quad \text{Ecuación 4.3.35}$$

Donde:

$[A]_{13 \times 13}$	Es la matriz de los coeficientes de las incógnitas. En este caso tiene 13 filas, que son el número de ecuaciones del sistema, y 13 columnas, que son el número de incógnitas del sistema.
$[T]_{13 \times 1}$	Es el vector de incógnitas, tiene 13 elementos que son las incógnitas que tiene el sistema.
$[b]_{13 \times 1}$	Es el vector de términos independientes. Tiene 13 elementos que son los 13 términos independientes de las 13 ecuaciones que tiene el sistema.

La ventaja de expresar el sistema de ecuaciones en forma de ecuación matricial es que puede resolverse simplemente invirtiendo la matriz de coeficientes, cosa que un ordenador puede hacer muy rápidamente a través de un programa de cálculo (en este caso se ha utilizado Mathcad).

$$[T]_{13 \times 1} = [A]_{13 \times 13}^{-1} \cdot [b]_{13 \times 1} \quad \text{Ecuación 4.3.36}$$

En los siguientes apartados vamos a definir cada uno de los términos de las matrices que forman la ecuación matricial en la que se basa el modelo teórico (ver ecuación 4.3.35).

4.3.2.1 MATRIZ [A]

En este apartado se van a definir cada uno de los términos de la matriz de coeficientes $[A]_{13 \times 13}$, en base a las ecuaciones desarrolladas en el apartado 4.3.1. Dentro de $[A]$, el número de fila indica el número de ecuación a la que pertenece el coeficiente, y el número de columna la incógnita a la que pertenece el coeficiente.

Por ejemplo el elemento $[A]_{5,11}$ representa al coeficiente de la incógnita $T_{11}^{i+\Delta t}$ de la ecuación número 5 del sistema de ecuaciones.

$$\text{De la ecuación 4.3.03} \rightarrow [A]_{1,1} = \left[\frac{(c \cdot m)_p}{\Delta t} + \frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_2} \right] \quad \text{Ec. 4.3.37}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.03} \rightarrow [A]_{1,2} = \left[\frac{-1}{2R_1} \right] \quad \text{Ec. 4.3.38}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.03} \rightarrow [A]_{1,3} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.39}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.03} \rightarrow [A]_{1,4} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.40}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.03} \rightarrow [A]_{1,5} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.41}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.03} \rightarrow [A]_{1,6} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.42}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.03} \rightarrow [A]_{1,7} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.43}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.03} \rightarrow [A]_{1,8} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.44}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.03} \rightarrow [A]_{1,9} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.45}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.03} \rightarrow [A]_{1,10} = \left[\frac{-1}{2R_2} \right] \quad \text{Ec. 4.3.46}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.03} \rightarrow [A]_{1,11} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.47}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.03} \rightarrow [A]_{1,12} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.48}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.03} \rightarrow [A]_{1,13} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.49}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.07} \rightarrow [A]_{2,1} = \left[\frac{-1}{2R_1} \right] \quad \text{Ec. 4.3.50}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.07} \rightarrow [A]_{2,2} = \left[\frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_3} + \frac{1}{2R_7} \right] \quad \text{Ec. 4.3.51}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.07} \rightarrow [A]_{2,3} = \left[\frac{-1}{2R_3} \right] \quad \text{Ec. 4.3.52}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.07} \rightarrow [A]_{2,4} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.53}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.07} \rightarrow [A]_{2,5} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.54}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.07} \rightarrow [A]_{2,6} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.55}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.07} \rightarrow [A]_{2,7} = \left[\frac{-1}{2R_7} \right] \quad \text{Ec. 4.3.56}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.07} \rightarrow [A]_{2,8} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.57}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.07} \rightarrow [A]_{2,9} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.58}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.07} \rightarrow [A]_{2,10} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.59}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.07} \rightarrow [A]_{2,11} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.60}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.07} \rightarrow [A]_{2,12} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.61}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.07} \rightarrow [A]_{2,13} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.62}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.07} \rightarrow [A]_{2,14} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.63}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.10} \rightarrow [A]_{3,1} = \left[\frac{1}{2R_2} \right] \quad \text{Ec. 4.3.64}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.10} \rightarrow [A]_{3,2} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.65}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.10} \rightarrow [A]_{3,3} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.66}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.10} \rightarrow [A]_{3,4} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.67}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.10} \rightarrow [A]_{3,5} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.68}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.10} \rightarrow [A]_{3,6} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.69}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.10} \rightarrow [A]_{3,7} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.70}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.10} \rightarrow [A]_{3,8} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.71}$$

$$\text{De la ecuación 4.3.10} \rightarrow [A]_{3,9} = [0] \quad \text{Ec. 4.3.72}$$

$$\begin{aligned}
 \text{De la ecuación 4.3.10} \rightarrow [A]_{3,10} &= \left[\frac{-(c \cdot m)_{a2}}{\Delta t} + \frac{-1}{2R_2} + \frac{-1}{2R_{12}} \right] & \text{Ec. 4.3.73} \\
 \text{De la ecuación 4.3.10} \rightarrow [A]_{3,11} &= \left[\frac{1}{2R_{12}} \right] & \text{Ec. 4.3.74} \\
 \text{De la ecuación 4.3.10} \rightarrow [A]_{3,12} &= [0] & \text{Ec. 4.3.75} \\
 \text{De la ecuación 4.3.10} \rightarrow [A]_{3,13} &= [0] & \text{Ec. 4.3.76} \\
 \text{De la ecuación 4.3.13} \rightarrow [A]_{4,1} &= [0] & \text{Ec. 4.3.77} \\
 \text{De la ecuación 4.3.13} \rightarrow [A]_{4,2} &= \left[\frac{1}{2R_3} \right] & \text{Ec. 4.3.78} \\
 \text{De la ecuación 4.3.13} \rightarrow [A]_{4,3} &= \left[\begin{array}{cc} -1 & (c \cdot m)_{CHF} \\ 2R_3 & 2\Delta t \end{array} \right] & \text{Ec. 4.3.79} \\
 \text{De la ecuación 4.3.13} \rightarrow [A]_{4,4} &= \left[\begin{array}{cc} -(c \cdot m)_{CHF} & -(c \cdot m)_{MP} \\ 2\Delta t & 2\Delta t \end{array} \right] & \text{Ec. 4.3.80} \\
 \text{De la ecuación 4.3.13} \rightarrow [A]_{4,5} &= \left[\begin{array}{cc} -1 & (c \cdot m)_{MP} \\ 2R_6 & 2\Delta t \end{array} \right] & \text{Ec. 4.3.81} \\
 \text{De la ecuación 4.3.13} \rightarrow [A]_{4,6} &= [0] & \text{Ec. 4.3.82} \\
 \text{De la ecuación 4.3.13} \rightarrow [A]_{4,7} &= [0] & \text{Ec. 4.3.83} \\
 \text{De la ecuación 4.3.13} \rightarrow [A]_{4,8} &= [0] & \text{Ec. 4.3.84} \\
 \text{De la ecuación 4.3.13} \rightarrow [A]_{4,9} &= [0] & \text{Ec. 4.3.85} \\
 \text{De la ecuación 4.3.13} \rightarrow [A]_{4,10} &= [0] & \text{Ec. 4.3.86} \\
 \text{De la ecuación 4.3.13} \rightarrow [A]_{4,11} &= [0] & \text{Ec. 4.3.87} \\
 \text{De la ecuación 4.3.13} \rightarrow [A]_{4,12} &= [0] & \text{Ec. 4.3.88} \\
 \text{De la ecuación 4.3.13} \rightarrow [A]_{4,13} &= [0] & \text{Ec. 4.3.89} \\
 \text{De la ecuación 4.3.15} \rightarrow [A]_{5,1} &= [0] & \text{Ec. 4.3.90} \\
 \text{De la ecuación 4.3.15} \rightarrow [A]_{5,2} &= \left[\frac{1}{2R_3} \right] & \text{Ec. 4.3.91} \\
 \text{De la ecuación 4.3.15} \rightarrow [A]_{5,3} &= \left[\begin{array}{cc} -1 & (c \cdot m)_{CHF} \\ 2R_3 & 4\Delta t \end{array} \right] - \frac{1}{2R_4} & \text{Ec. 4.3.92} \\
 \text{De la ecuación 4.3.15} \rightarrow [A]_{5,4} &= \left[\begin{array}{cc} -(c \cdot m)_{CHF} & 1 \\ 4\Delta t & 2R_{12} \end{array} \right] & \text{Ec. 4.3.93} \\
 \text{De la ecuación 4.3.15} \rightarrow [A]_{5,5} &= [0] & \text{Ec. 4.3.94} \\
 \text{De la ecuación 4.3.15} \rightarrow [A]_{5,6} &= [0] & \text{Ec. 4.3.95} \\
 \text{De la ecuación 4.3.15} \rightarrow [A]_{5,7} &= [0] & \text{Ec. 4.3.96} \\
 \text{De la ecuación 4.3.15} \rightarrow [A]_{5,8} &= [0] & \text{Ec. 4.3.97} \\
 \text{De la ecuación 4.3.15} \rightarrow [A]_{5,9} &= [0] & \text{Ec. 4.3.98} \\
 \text{De la ecuación 4.3.15} \rightarrow [A]_{5,10} &= [0] & \text{Ec. 4.3.99} \\
 \text{De la ecuación 4.3.15} \rightarrow [A]_{5,11} &= [0] & \text{Ec. 4.3.100} \\
 \text{De la ecuación 4.3.15} \rightarrow [A]_{5,12} &= [0] & \text{Ec. 4.3.101} \\
 \text{De la ecuación 4.3.15} \rightarrow [A]_{5,13} &= [0] & \text{Ec. 4.3.102} \\
 \text{De la ecuación 4.3.17} \rightarrow [A]_{6,1} &= [0] & \text{Ec. 4.3.103} \\
 \text{De la ecuación 4.3.17} \rightarrow [A]_{6,2} &= [0] & \text{Ec. 4.3.104} \\
 \text{De la ecuación 4.3.17} \rightarrow [A]_{6,3} &= [0] & \text{Ec. 4.3.105} \\
 \text{De la ecuación 4.3.17} \rightarrow [A]_{6,4} &= \left[\begin{array}{cc} -(c \cdot m)_{MP} & 1 \\ 4\Delta t & 2R_5 \end{array} \right] & \text{Ec. 4.3.106}
 \end{aligned}$$

De la ecuación 4.3.17 →	$[A]_{6,5} = \left[\frac{1}{2R_6} - \frac{(c \cdot m)_{MP}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_5} \right]$	Ec. 4.3.107
De la ecuación 4.3.17 →	$[A]_{6,6} = [0]$	Ec. 4.3.108
De la ecuación 4.3.17 →	$[A]_{6,7} = [0]$	Ec. 4.3.109
De la ecuación 4.3.17 →	$[A]_{6,8} = [0]$	Ec. 4.3.110
De la ecuación 4.3.17 →	$[A]_{6,9} = [0]$	Ec. 4.3.111
De la ecuación 4.3.17 →	$[A]_{6,10} = [0]$	Ec. 4.3.112
De la ecuación 4.3.17 →	$[A]_{6,11} = [0]$	Ec. 4.3.113
De la ecuación 4.3.17 →	$[A]_{6,12} = [0]$	Ec. 4.3.114
De la ecuación 4.3.17 →	$[A]_{6,13} = [0]$	Ec. 4.3.115
De la ecuación 4.3.22 →	$[A]_{7,1} = [0]$	Ec. 4.3.116
De la ecuación 4.3.22 →	$[A]_{7,2} = \left[\frac{1}{2R_7} \right]$	Ec. 4.3.117
De la ecuación 4.3.22 →	$[A]_{7,3} = [0]$	Ec. 4.3.118
De la ecuación 4.3.22 →	$[A]_{7,4} = [0]$	Ec. 4.3.119
De la ecuación 4.3.22 →	$[A]_{7,5} = [0]$	Ec. 4.3.120
De la ecuación 4.3.22 →	$[A]_{7,6} = \left[\frac{1}{2R_7} - \frac{(c \cdot m)_{CR}}{2\Delta t} \right]$	Ec. 4.3.121
De la ecuación 4.3.22 →	$[A]_{7,7} = \left[-\frac{(c \cdot m)_{CR}}{2\Delta t} - \frac{1}{2R_9} \right]$	Ec. 4.3.122
De la ecuación 4.3.22 →	$[A]_{7,8} = \left[\frac{1}{2R_9} \right]$	Ec. 4.3.123
De la ecuación 4.3.22 →	$[A]_{7,9} = [0]$	Ec. 4.3.124
De la ecuación 4.3.22 →	$[A]_{7,10} = [0]$	Ec. 4.3.125
De la ecuación 4.3.22 →	$[A]_{7,11} = [0]$	Ec. 4.3.126
De la ecuación 4.3.22 →	$[A]_{7,12} = [0]$	Ec. 4.3.127
De la ecuación 4.3.22 →	$[A]_{7,13} = [0]$	Ec. 4.3.128
De la ecuación 4.3.22 →	$[A]_{7,14} = [0]$	Ec. 4.3.129
De la ecuación 4.3.24 →	$[A]_{8,1} = [0]$	Ec. 4.3.130
De la ecuación 4.3.24 →	$[A]_{8,2} = \left[\frac{1}{2R_7} \right]$	Ec. 4.3.131
De la ecuación 4.3.24 →	$[A]_{8,3} = [0]$	Ec. 4.3.132
De la ecuación 4.3.24 →	$[A]_{8,4} = [0]$	Ec. 4.3.133
De la ecuación 4.3.24 →	$[A]_{8,5} = [0]$	Ec. 4.3.134
De la ecuación 4.3.24 →	$[A]_{8,6} = \left[-\frac{1}{2R_7} - \frac{(c \cdot m)_{CR}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_9} \right]$	Ec. 4.3.135
De la ecuación 4.3.24 →	$[A]_{8,7} = \left[-\frac{(c \cdot m)_{CR}}{2\Delta t} + \frac{1}{2R_9} \right]$	Ec. 4.3.136
De la ecuación 4.3.24 →	$[A]_{8,8} = [0]$	Ec. 4.3.137
De la ecuación 4.3.24 →	$[A]_{8,9} = [0]$	Ec. 4.3.138
De la ecuación 4.3.24 →	$[A]_{8,10} = [0]$	Ec. 4.3.139
De la ecuación 4.3.24 →	$[A]_{8,11} = [0]$	Ec. 4.3.140
De la ecuación 4.3.24 →	$[A]_{8,12} = [0]$	Ec. 4.3.141
De la ecuación 4.3.24 →	$[A]_{8,13} = [0]$	Ec. 4.3.142
De la ecuación 4.3.27 →	$[A]_{9,1} = [0]$	Ec. 4.3.143
De la ecuación 4.3.27 →	$[A]_{9,2} = [0]$	Ec. 4.3.144

De la ecuación 4.3.27 →	$[A]_{9,3} = [0]$	Ec. 4.3.145
De la ecuación 4.3.27 →	$[A]_{9,4} = [0]$	Ec. 4.3.146
De la ecuación 4.3.27 →	$[A]_{9,5} = [0]$	Ec. 4.3.147
De la ecuación 4.3.27 →	$[A]_{9,6} = [0]$	Ec. 4.3.148
De la ecuación 4.3.27 →	$[A]_{9,7} = \left[\frac{1}{2R_9} \right]$	Ec. 4.3.149
De la ecuación 4.3.27 →	$[A]_{9,8} = \left[-\frac{1}{2R_9} - \frac{(c \cdot m)_{CR}}{2\Delta t} \right]$	Ec. 4.3.150
De la ecuación 4.3.27 →	$[A]_{9,9} = \left[-\frac{(c \cdot m)_{CR}}{2\Delta t} - \frac{1}{2R_{11}} \right]$	Ec. 4.3.151
De la ecuación 4.3.27 →	$[A]_{9,10} = [0]$	Ec. 4.3.152
De la ecuación 4.3.27 →	$[A]_{9,11} = [0]$	Ec. 4.3.153
De la ecuación 4.3.27 →	$[A]_{9,12} = [0]$	Ec. 4.3.154
De la ecuación 4.3.27 →	$[A]_{9,13} = [0]$	Ec. 4.3.155
De la ecuación 4.3.29 →	$[A]_{10,1} = [0]$	Ec. 4.3.156
De la ecuación 4.3.29 →	$[A]_{10,2} = [0]$	Ec. 4.3.157
De la ecuación 4.3.29 →	$[A]_{10,3} = [0]$	Ec. 4.3.158
De la ecuación 4.3.29 →	$[A]_{10,4} = [0]$	Ec. 4.3.159
De la ecuación 4.3.29 →	$[A]_{10,5} = [0]$	Ec. 4.3.160
De la ecuación 4.3.29 →	$[A]_{10,6} = [0]$	Ec. 4.3.161
De la ecuación 4.3.29 →	$[A]_{10,7} = \left[\frac{1}{2R_9} \right]$	Ec. 4.3.162
De la ecuación 4.3.29 →	$[A]_{10,8} = \left[-\frac{1}{2R_9} - \frac{(c \cdot m)_{CR}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_{10}} \right]$	Ec. 4.3.163
De la ecuación 4.3.29 →	$[A]_{10,9} = \left[-\frac{(c \cdot m)_{CR}}{4\Delta t} + \frac{1}{2R_{10}} \right]$	Ec. 4.3.164
De la ecuación 4.3.29 →	$[A]_{10,10} = [0]$	Ec. 4.3.165
De la ecuación 4.3.29 →	$[A]_{10,11} = [0]$	Ec. 4.3.166
De la ecuación 4.3.29 →	$[A]_{10,12} = [0]$	Ec. 4.3.167
De la ecuación 4.3.29 →	$[A]_{10,13} = [0]$	Ec. 4.3.168
De la ecuación 4.3.32 →	$[A]_{11,1} = [0]$	Ec. 4.3.169
De la ecuación 4.3.32 →	$[A]_{11,2} = [0]$	Ec. 4.3.170
De la ecuación 4.3.32 →	$[A]_{11,3} = [0]$	Ec. 4.3.171
De la ecuación 4.3.32 →	$[A]_{11,4} = [0]$	Ec. 4.3.172
De la ecuación 4.3.32 →	$[A]_{11,5} = [0]$	Ec. 4.3.173
De la ecuación 4.3.32 →	$[A]_{11,6} = [0]$	Ec. 4.3.174
De la ecuación 4.3.32 →	$[A]_{11,7} = [0]$	Ec. 4.3.175
De la ecuación 4.3.32 →	$[A]_{11,8} = [0]$	Ec. 4.3.176
De la ecuación 4.3.32 →	$[A]_{11,9} = [0]$	Ec. 4.3.177
De la ecuación 4.3.32 →	$[A]_{11,10} = \left[\frac{1}{2R_{12}} \right]$	Ec. 4.3.178
De la ecuación 4.3.32 →	$[A]_{11,11} = \left[-\frac{1}{2R_{12}} - \frac{(c \cdot m)_{CHS}}{2\Delta t} \right]$	Ec. 4.3.179
De la ecuación 4.3.32 →	$[A]_{11,12} = \left[-\frac{(c \cdot m)_{CHS}}{2\Delta t} - \frac{(c \cdot m)_{MS}}{2\Delta t} \right]$	Ec. 4.3.180

De la ecuación 4.3.32 →	$[A]_{11,13} = \left[-\frac{1}{2R_{15}} - \frac{(c \cdot m)_{MS}}{2\Delta t} \right]$	Ec. 4.3.181
De la ecuación 4.3.34 →	$[A]_{12,1} = [0]$	Ec. 4.3.182
De la ecuación 4.3.34 →	$[A]_{12,2} = [0]$	Ec. 4.3.183
De la ecuación 4.3.34 →	$[A]_{12,3} = [0]$	Ec. 4.3.184
De la ecuación 4.3.34 →	$[A]_{12,4} = [0]$	Ec. 4.3.185
De la ecuación 4.3.34 →	$[A]_{12,5} = [0]$	Ec. 4.3.186
De la ecuación 4.3.34 →	$[A]_{12,6} = [0]$	Ec. 4.3.187
De la ecuación 4.3.34 →	$[A]_{12,7} = [0]$	Ec. 4.3.188
De la ecuación 4.3.34 →	$[A]_{12,8} = [0]$	Ec. 4.3.189
De la ecuación 4.3.34 →	$[A]_{12,9} = [0]$	Ec. 4.3.190
De la ecuación 4.3.34 →	$[A]_{12,10} = \left[\frac{1}{2R_{12}} \right]$	Ec. 4.3.191
De la ecuación 4.3.34 →	$[A]_{12,11} = \left[-\frac{1}{2R_{12}} - \frac{(c \cdot m)_{CHS}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_{13}} \right]$	Ec. 4.3.192
De la ecuación 4.3.34 →	$[A]_{12,12} = \left[-\frac{(c \cdot m)_{CHS}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_{13}} \right]$	Ec. 4.3.193
De la ecuación 4.3.34 →	$[A]_{12,13} = [0]$	Ec. 4.3.194
De la ecuación 4.3.36 →	$[A]_{13,1} = [0]$	Ec. 4.3.195
De la ecuación 4.3.36 →	$[A]_{13,2} = [0]$	Ec. 4.3.196
De la ecuación 4.3.36 →	$[A]_{13,3} = [0]$	Ec. 4.3.197
De la ecuación 4.3.36 →	$[A]_{13,4} = [0]$	Ec. 4.3.198
De la ecuación 4.3.36 →	$[A]_{13,5} = [0]$	Ec. 4.3.199
De la ecuación 4.3.36 →	$[A]_{13,6} = [0]$	Ec. 4.3.200
De la ecuación 4.3.36 →	$[A]_{13,7} = [0]$	Ec. 4.3.201
De la ecuación 4.3.36 →	$[A]_{13,8} = [0]$	Ec. 4.3.202
De la ecuación 4.3.36 →	$[A]_{13,9} = [0]$	Ec. 4.3.203
De la ecuación 4.3.36 →	$[A]_{13,10} = [0]$	Ec. 4.3.204
De la ecuación 4.3.36 →	$[A]_{13,11} = [0]$	Ec. 4.3.205
De la ecuación 4.3.36 →	$[A]_{13,12} = \left[\frac{(c \cdot m)_{MS}}{4\Delta t} - \frac{1}{2R_{14}} \right]$	Ec. 4.3.206
De la ecuación 4.3.36 →	$[A]_{13,13} = \left[\frac{1}{2R_{15}} + \frac{(c \cdot m)_{MS}}{4\Delta t} + \frac{1}{2R_{14}} \right]$	Ec. 4.3.207

4.3.2.2 VECTOR [T]

El vector $[T]_{13 \times 1}$ tiene como elementos las 13 incógnitas del sistema de ecuaciones.

$[T]_1 = [T_1^{i+\Delta t}]$	Ecuación 4.3.208
$[T]_2 = [T_2^{i+\Delta t}]$	Ecuación 4.3.209
$[T]_3 = [T_3^{i+\Delta t}]$	Ecuación 4.3.210
$[T]_4 = [T_4^{i+\Delta t}]$	Ecuación 4.3.211
$[T]_5 = [T_5^{i+\Delta t}]$	Ecuación 4.3.212
$[T]_6 = [T_6^{i+\Delta t}]$	Ecuación 4.3.213
$[T]_7 = [T_7^{i+\Delta t}]$	Ecuación 4.3.214
$[T]_8 = [T_8^{i+\Delta t}]$	Ecuación 4.3.215
$[T]_9 = [T_9^{i+\Delta t}]$	Ecuación 4.3.216
$[T]_{10} = [T_{10}^{i+\Delta t}]$	Ecuación 4.3.217
$[T]_{11} = [T_{11}^{i+\Delta t}]$	Ecuación 4.3.218
$[T]_{12} = [T_{12}^{i+\Delta t}]$	Ecuación 4.3.219
$[T]_{13} = [T_{13}^{i+\Delta t}]$	Ecuación 4.3.220

4.3.2.3 VECTOR [b]

El vector $[b]_{13 \times 1}$ está formado por los términos independientes de las 13 ecuaciones del sistema.

$$\begin{array}{l} \text{De} \\ \text{ec.4.3.3} \rightarrow \end{array} [b]_1 = \left[\frac{T_1^i (c \cdot m)_P}{\Delta t} - \frac{T_1^i - T_2^i}{2R_1} - \frac{T_1^i - T_{10}^i}{2R_2} + \frac{Q_R^i + Q_R^{i+\Delta t}}{2} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ec.} \\ 4.3.221 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{De} \\ \text{ec.4.3.7} \rightarrow \end{array} [b]_2 = \left[\frac{T_2^i (cp \cdot m)_{a1}}{\Delta t} + \frac{T_1^i - T_2^i}{2R_1} - \frac{T_2^i - T_3^i}{2R_3} + \frac{T_2^i - T_6^i}{2R_7} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ec.} \\ 4.3.222 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{De} \\ \text{ec.4.3.10} \rightarrow \end{array} [b]_3 = \left[\frac{-T_{10}^i (cp \cdot m)_{a1}}{\Delta t} - \frac{T_1^i - T_{10}^i}{2R_2} + \frac{T_{10}^i - T_{11}^i}{2R_{12}} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ec.} \\ 4.3.223 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{De} \\ \text{ec.4.3.13} \rightarrow \end{array} [b]_4 = \left[\begin{array}{c} -\frac{T_2^i - T_3^i}{2R_3} + \frac{T_5^i - T_A^i}{2R_6} + \frac{T_A^i}{2R_6} - \frac{(T_3^i + T_4^i)(c \cdot m)_{CHF}}{2\Delta t} \\ - \frac{(T_4^i + T_4^i)(c \cdot m)_{MP}}{2\Delta t} \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ec.} \\ 4.3.224 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{De} \\ \text{ec.4.3.15} \rightarrow \end{array} [b]_5 = \left[-\frac{T_2^i - T_3^i}{2R_3} - \frac{(T_3^i + T_4^i)(c \cdot m)_{MP}}{4\Delta t} + \frac{T_3^i - T_4^i}{2R_4} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ec.} \\ 4.3.225 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{De} \\ \text{ec.4.3.17} \rightarrow \end{array} [b]_6 = \left[-\frac{T_5^i - T_A^i}{2R_6} + \frac{T_A^{i+\Delta t}}{2R_6} + \frac{(T_4^i + T_5^i)(c \cdot m)_{MP}}{4\Delta t} + \frac{T_4^i - T_5^i}{2R_5} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ec.} \\ 4.3.226 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{De} \\ \text{ec.4.3.22} \rightarrow \end{array} [b]_7 = \left[-\frac{T_2^i - T_6^i}{2R_7} + \frac{(T_6^i + T_7^i)(c \cdot m)_{CR}}{2\Delta t} + \frac{T_7^i - T_8^i}{2R_9} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ec.} \\ 4.3.227 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{De} \\ \text{ec.4.3.24} \rightarrow \end{array} [b]_8 = \left[-\frac{T_2^i - T_6^i}{2R_7} + \frac{(T_6^i + T_7^i)(c \cdot m)_{CR}}{4\Delta t} + \frac{T_6^i - T_7^i}{2R_8} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ec.} \\ 4.3.228 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{De} \\ \text{ec.4.3.27} \rightarrow \end{array} [b]_9 = \left[-\frac{T_7^i - T_8^i}{2R_9} - \frac{(T_8^i + T_9^i)(c \cdot m)_{CR}}{2\Delta t} + \frac{T_6^i - T_A^i}{2R_{11}} - \frac{T_A^{i+\Delta t}}{2R_{11}} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ec.} \\ 4.3.229 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{De} \\ \text{ec.4.3.29} \rightarrow \end{array} [b]_{10} = \left[-\frac{T_7^i - T_8^i}{2R_9} - \frac{(T_8^i + T_9^i)(c \cdot m)_{CR}}{4\Delta t} + \frac{T_8^i - T_9^i}{2R_{10}} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ec.} \\ 4.3.230 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{De} \\ \text{ec.4.3.32} \rightarrow \end{array} [b]_{11} = \left[\begin{array}{c} -\frac{T_{10}^i - T_{11}^i}{2R_{12}} + \frac{T_{13}^i - T_A^i}{2R_{15}} - \frac{T_A^i}{2R_{15}} - \frac{T_{11}^i (c \cdot m)_{CHS}}{2\Delta t} \\ - \frac{T_{12}^i (c \cdot m)_{CHS}}{2\Delta t} - \frac{(T_{12}^i + T_{13}^i)(c \cdot m)_{MS}}{2\Delta t} \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ec.} \\ 4.3.231 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{De} \\ \text{ec.4.3.34} \rightarrow \end{array} [b]_{12} = \left[-\frac{T_{10}^i - T_{11}^i}{2R_{12}} - \frac{(T_{11}^i + T_{12}^i)(c \cdot m)_{CHS}}{4\Delta t} + \frac{T_{11}^i - T_{12}^i}{2R_{13}} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ec.} \\ 4.3.232 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{De} \\ \text{ec.4.3.34} \rightarrow \end{array} [b]_{13} = \left[\begin{array}{c} -\frac{T_{13}^i}{2R_{15}} + \frac{T_A^i}{2R_{15}} + \frac{T_A^{i+\Delta t}}{2R_{15}} - \frac{(T_{12}^i + T_{13}^i)(c \cdot m)_{MS}}{4\Delta t} \\ + \frac{T_{12}^i - T_{13}^i}{2R_{14}} \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Ec.} \\ 4.3.233 \end{array}$$

4.4 VALIDACIÓN DEL MODELO

En este apartado se verificará que el modelo está correctamente planteado. No se pretende aquí comprobar que el modelo es capaz de predecir con precisión las temperaturas del horno. Es necesario comprobar que el modelo es coherente, es decir, que los cálculos que el modelo realiza están en consonancia con el circuito térmico que se ha planteado. También que la evolución de las temperaturas del horno responde de forma realista a estados transitorios de la radiación solar y temperatura ambiente. Es decir, que se cumple el orden lógico de calentamiento o enfriamiento de las partes del aparato, que notan los efectos de los materiales en su velocidad de calentamiento o enfriamiento, que se notan los efectos por separado de la radiación solar y temperatura ambiente, etc.

En la tabla 4.4.1 se presentan los valores numéricos de las resistencias térmicas definidas en el apartado 4.3.1 y su significado físico. Hay que destacar que estos valores son teóricos, de acuerdo con correlaciones e hipótesis que no siempre se adaptan fielmente al funcionamiento real del horno. Las propiedades físicas que intervienen en el cálculo de las resistencias se han obtenido de [1].

Tabla 4.4.1 Valor numérico teórico de las resistencias térmicas del modelo.	
$R_1 = 1,449 \text{ [K/W]}$	Convección libre entre placa acumulación y aire interno del horno sobre ella.
$R_2 = 0,833 \text{ [K/W]}$	Convección libre entre placa acumulación y aire interno del horno bajo ella.
$R_3 = 0,283 \text{ [K/W]}$	Convección entre aire interno del horno sobre placa y paredes del horno.
$R_4 = 0,095 \text{ [K/W]}$	Conducción a través del corcho de las paredes del horno.
$R_5 = 0,107 \text{ [K/W]}$	Conducción a través de la madera de las paredes del horno.
$R_6 = 0,251 \text{ [K/W]}$	Convección libre entre las paredes del horno y el aire ambiente.
$R_7 = 0,483 \text{ [K/W]}$	Convección libre entre el aire interior del horno y el cristal interior de la ventana.
$R_8 = 5,091 \cdot 10^{-3} \text{ [K/W]}$	Conducción a través del cristal interior de la ventana del horno.
$R_9 = 0,357 \text{ [K/W]}$	Resistencia asociada a la transferencia de calor entre los dos cristales de la ventana del horno.
$R_{10} = 5,091 \cdot 10^{-3} \text{ [K/W]}$	Conducción a través del cristal exterior de la ventana del horno.
$R_{11} = 0,992 \text{ [K/W]}$	Convección libre entre el cristal exterior de la ventana del horno y el aire ambiente.
$R_{12} = 0,537 \text{ [K/W]}$	Convección libre entre el aire interno bajo placa y el suelo del horno.
$R_{13} = 0,472 \text{ [K/W]}$	Conducción a través del corcho del suelo del horno.

$R_{14} = 0,265 \text{ [K/W]}$	Conducción a través de la madera del suelo del horno.
$R_{15} = 0,557 \text{ [K/W]}$	Convección libre entre el suelo del horno y el aire ambiente.

Por otra parte, en la tabla 4.4.2 se presenta el producto de masa y calor específico de cada material del horno. Este dato es necesario para caracterizar el comportamiento térmico de cada una de las partes del aparato. Han sido obtenidas de las características geométricas del horno (apartado 3.3) y de las propiedades físicas de los materiales según [1].

Tabla 4.4.2 Propiedades físicas de las distintas partes del horno.	
Placa acumulación	$(m \cdot c)_P = 3,3 \cdot 10^3 \text{ [J/K]}$
Corcho suelo	$(m \cdot c)_{CHS} = 0,8 \cdot 10^3 \text{ [J/K]}$
Corcho paredes	$(m \cdot c)_{CHP} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ [J/K]}$
Madera suelo	$(m \cdot c)_{MS} = 4,2 \cdot 10^3 \text{ [J/K]}$
Madera paredes	$(m \cdot c)_{MP} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ [J/K]}$
Cristal int. y ext.	$(m \cdot c)_{CR} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ [J/K]}$
Aire sobre placa (Prop. aire para $T=300\text{[K]}$)	$(m \cdot c)_{a1} = 0,131 \cdot 10^3 \text{ [J/K]}$
Aire bajo placa (Prop. aire para $T=300\text{[K]}$)	$(m \cdot c)_{a2} = 0,004 \cdot 10^3 \text{ [J/K]}$

Las propiedades incluidas en las tablas, junto con los datos de radiación solar y temperatura ambiente son las entradas que necesita el modelo teórico para funcionar. En los próximos apartados se justificará que en función de estas entradas el modelo es capaz de entregar salidas coherentes con los mecanismos térmicos reales que se producen en el funcionamiento del horno. Más adelante se dará un paso más para conseguir, aparte de coherencia en los resultados, precisión en los mismos.

4.4.1 ESTADOS ESTACIONARIOS $Q \neq 0$ Y $T_A = \text{CTE}$

El modelo teórico está basado en un circuito térmico en el que el calor circula entre la placa de acumulación y el aire ambiente a través de los distintos elementos del horno solar. Entre las distintas resistencias quedan definidas las temperaturas que se han considerado relevantes en el funcionamiento del aparato.

Se define estado estacionario a aquel en el que la temperatura del horno no varía a lo largo del tiempo. Resultan especialmente interesantes aquellos estacionarios en los que la radiación solar incidente es distinta de cero, porque entonces se establece una diferencia de temperatura entre horno y ambiente que se mantiene constante en el tiempo,

Estudiar un caso de funcionamiento estacionario es la manera más rápida y fácil de comprobar que el modelo teórico está bien planteado. La idea consiste en establecer una potencia térmica incidente en la placa de acumulación y una temperatura ambiente constantes en el tiempo. A partir de unas condiciones iniciales se deja que el modelo calcule la evolución de temperaturas del horno hasta llegar al estado de equilibrio térmico (estado estacionario).

Por otra parte, las temperaturas en un estacionario se pueden calcular muy fácilmente. Solamente hay que utilizar el circuito térmico equivalente del sistema y aplicar las relaciones que existen entre potencia térmica, temperaturas y resistencias térmicas.

Para un mismo estado estacionario, se comprueba que el modelo teórico está planteado correctamente si las temperaturas que calcula el modelo al llegar al equilibrio térmico coinciden con las que se pueden obtener aplicando el circuito térmico equivalente.

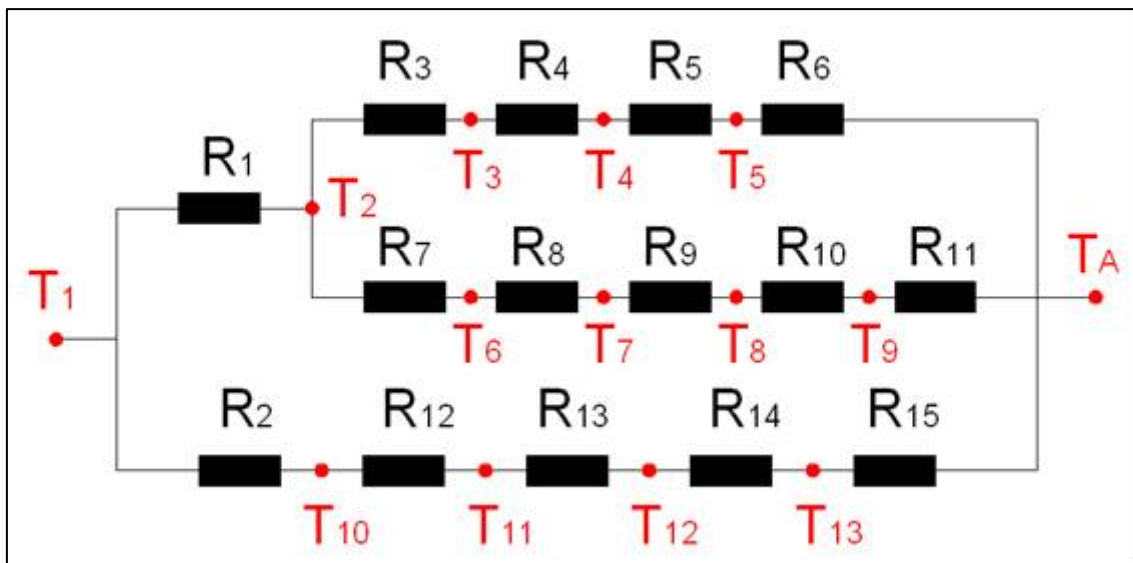


Figura 4.4.1 Circuito térmico del modelo teórico.

En caso de estado estacionario, la diferencia de temperaturas entre la placa de acumulación y el aire ambiente se puede calcular a través de la resistencia equivalente del circuito térmico.

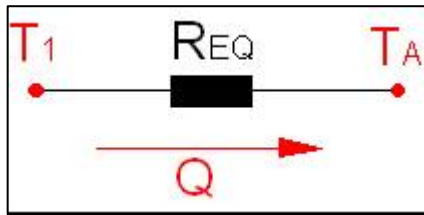


Figura 4.4.2

Simplificación del circuito térmico del modelo teórico para el caso estacionario

La resistencia equivalente se calcula sumando las resistencias del modelo en serie o en paralelo según proceda:

$$R_{EQ} = \{ R_1 + [(R_3+R_4+R_5+R_6) // (R_7+R_8+R_9+R_{10}+R_{11})] \} // (R_2+R_{12}+R_{13}+R_{14}+R_{15})$$

Ecuación 4.4.1

De acuerdo con los valores de la tabla 4.4.1 el valor de la resistencia equivalente es el siguiente:

$$R_{EQ} = 1,134 \text{ [K/W]}$$

Ecuación 4.4.2

En estado estacionario se puede establecer la siguiente relación entre la resistencia equivalente, la potencia térmica y la diferencia de temperaturas entre la placa y el aire ambiente. En esta expresión ha de tomarse el criterio de signos de acuerdo con la figura 4.4.2.

$$(T_1 - T_A) = Q \cdot R_{EQ}$$

Ecuación 4.4.3

Vamos a comprobar la validez del modelo mediante un estado estacionario que cumple las siguientes condiciones:

$Q = \text{cte} = 100 \text{ [W]}$ Potencia aportada a la placa de acumulación.
 $T_A = \text{cte} = 25 \text{ [°C]}$ Temperatura ambiente.

Según la ecuación 4.4.3, en estado estacionario según estas condiciones la temperatura de la placa sería:

$R_{EQ} = 1,134 \text{ [K/W]}$ $Q = \text{cte} = 100 \text{ [W]}$ $T_A = \text{cte} = 25 \text{ [°C]}$ Estado estacionario Tabla 4.4.3	$\rightarrow T_1 = 138,4 \text{ [°C]}$ Temperatura de la placa según Ec. 4.4.4
---	--

De acuerdo a las mismas condiciones de funcionamiento ponemos en funcionamiento el modelo teórico.

La figura 4.4.3 muestra la evolución de la temperatura de la placa de acumulación según el modelo teórico para las condiciones indicadas en la tabla 4.3.4. También se han incluido la temperatura ambiente y la potencia aplicada a la placa, ambas magnitudes permanecen constantes.

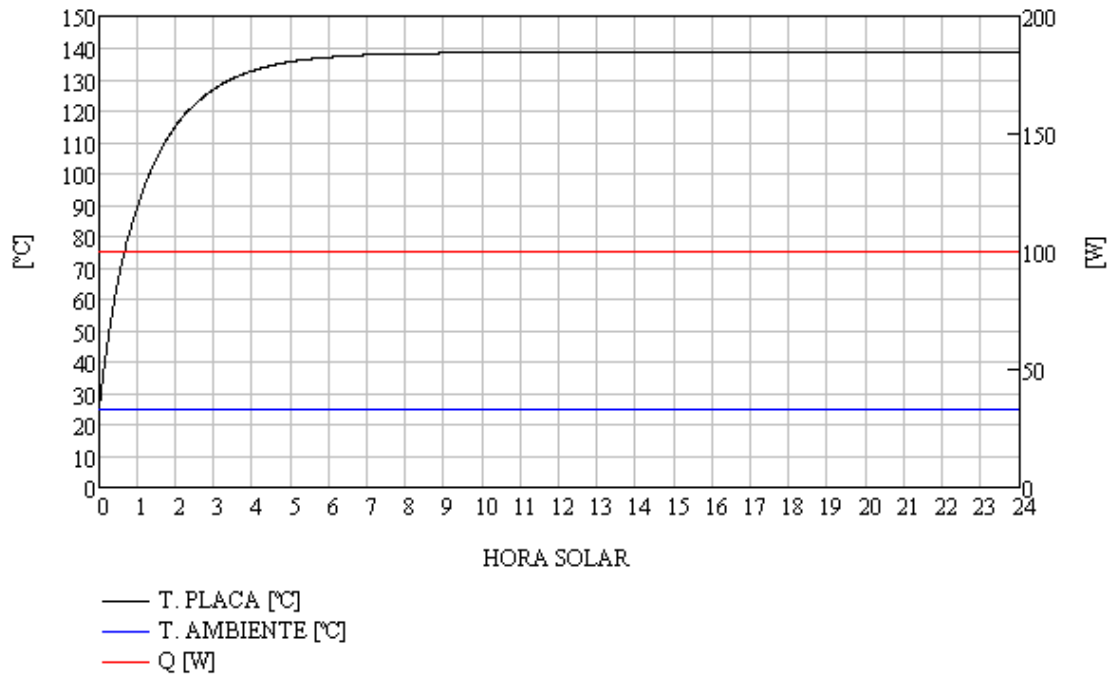


Figura 4.4.3

El modelo calcula la evolución de la temperatura de la placa tal como sucede en la realidad.

La placa reacciona ante la aplicación de Q aumentando su temperatura progresivamente hasta que en el instante $t \approx 9$ [h] las pérdidas de calor se igualan a Q . En ese momento se ha llegado al estado estacionario. Comprobamos que en el estado estacionario el modelo teórico ofrece una temperatura para la placa de acumulación igual a la que habíamos calculado de acuerdo al circuito térmico.

Instante $t = 0$ [h] $\rightarrow T_1 = 25$ [°C] = T_A

El modelo establece como condición de arranque que todas las temperaturas del horno son iguales a la temperatura ambiente (en $t = 0$).

Intervalo 0 [h] $< t < 9$ [h] (aprox.) $\rightarrow 25$ [°C] = $T_A < T_1 < 138,4$ [°C]

La placa aumenta su temperatura durante un periodo de tiempo aproximado de 9 horas, por acción de Q .

Intervalo 9 [h] (aprox.) $< t \rightarrow T_1 = 138,4$ [°C]

En el instante $t \approx 9$ [h] se llega al estado estacionario. La temperatura de la placa permanece constante debido a que la potencia que recibe se iguala con las pérdidas de calor con el aire ambiente.

Para las mismas condiciones se comprueba que el modelo teórico calcula correctamente la temperatura de la placa en el estado estacionario. Por lo tanto se comprueba que el modelo está planteado correctamente.

También se puede establecer un escenario opuesto para poner a prueba el modelo teórico. Imaginemos que en lugar de calentar la placa de acumulación la refrigeramos. Es decir quitamos energía a la placa ($Q < 0$) de forma que la placa disminuye su temperatura. Se puede alcanzar un estado estacionario cuando la energía que se sustrae a la placa se iguala al aporte de calor procedente del aire ambiente.

De nuevo podemos calcular la temperatura de la placa en estado estacionario mediante la ecuación 4.4.3.

$R_{EQ} = 1,134 \text{ [K/W]}$ $Q = \text{cte} = -100 \text{ [W]}$ $T_A = \text{cte} = 25 \text{ [°C]}$ Estado estacionario Tabla 4.4.4	<p>→ $T_1 = -88,4 \text{ [°C]}$</p> <p>Temperatura de la placa según Ec. 4.4.3</p>
--	---

Aplicamos las condiciones de la tabla 4.4.4 al modelo teórico y obtenemos la siguiente evolución de temperatura para la placa de acumulación.

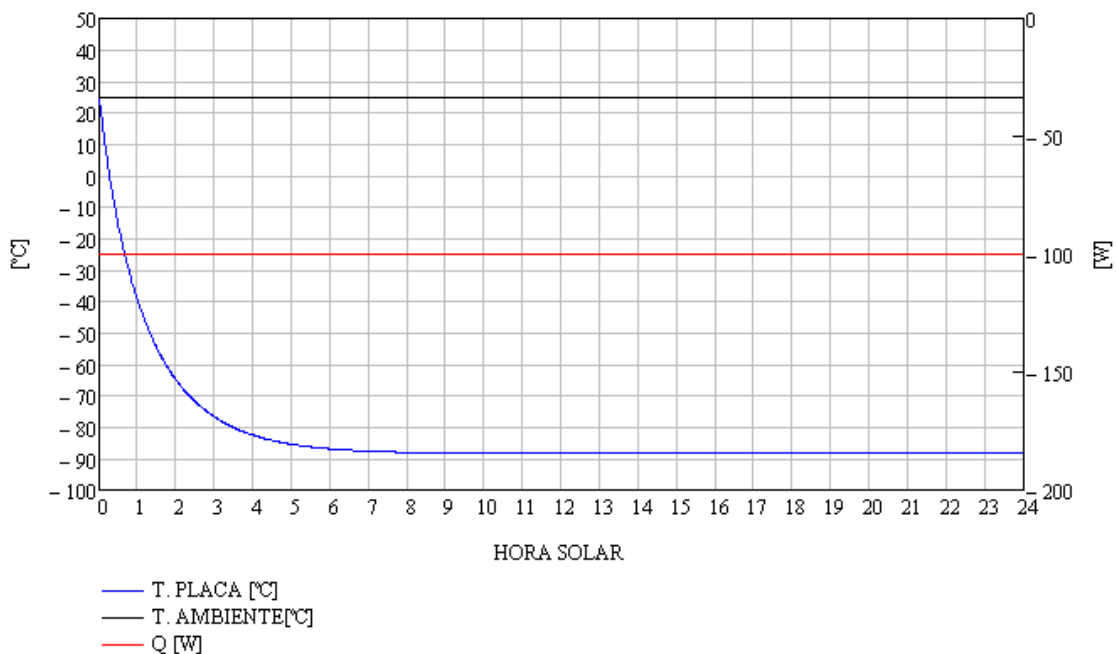


Figura 4.4.4

Observamos que el modelo teórico describe el comportamiento esperado. La placa disminuye su temperatura progresivamente hasta alcanzar el estado estacionario. En dicho estado la placa alcanza la temperatura prevista anteriormente en la tabla 4.4.4.

Intervalo 9 [h] (aprox.) $< t \rightarrow T_1 = -88,4$ [°C]

Se demuestra que el modelo es capaz de calcular estados estacionarios correctamente. Además es capaz de calcular flujos de calor en cualquiera de los dos sentidos, tanto en el sentido de calentamiento de la placa como en el sentido de enfriamiento de la misma.

4.4.2 ESTADOS ESTACIONARIOS $Q=0$ Y $T_A \neq CTE$

El modelo ha demostrado ser capaz de calcular estados estacionarios ante cualquier potencia calorífica constante aplicada a la placa de acumulación. Siempre con temperatura ambiente constante.

En este apartado se pondrá a prueba el modelo ante cambios de temperatura ambiente. Por claridad de los resultados se establecerá en estas pruebas que la placa de acumulación no recibe energía externamente ($Q=0$). La finalidad es comprobar que ante un cambio de temperatura ambiente la placa de acumulación tiende al equilibrio térmico con el aire ambiente.

Se establecen las siguientes condiciones ambientales:

$0 < t < 10$ [h]	$\rightarrow T_A = 10$ [°C] ; $Q = 0$
$t > 10$ [h]	$\rightarrow T_A = 40$ [°C] ; $Q = 0$
Tabla 4.4.5	

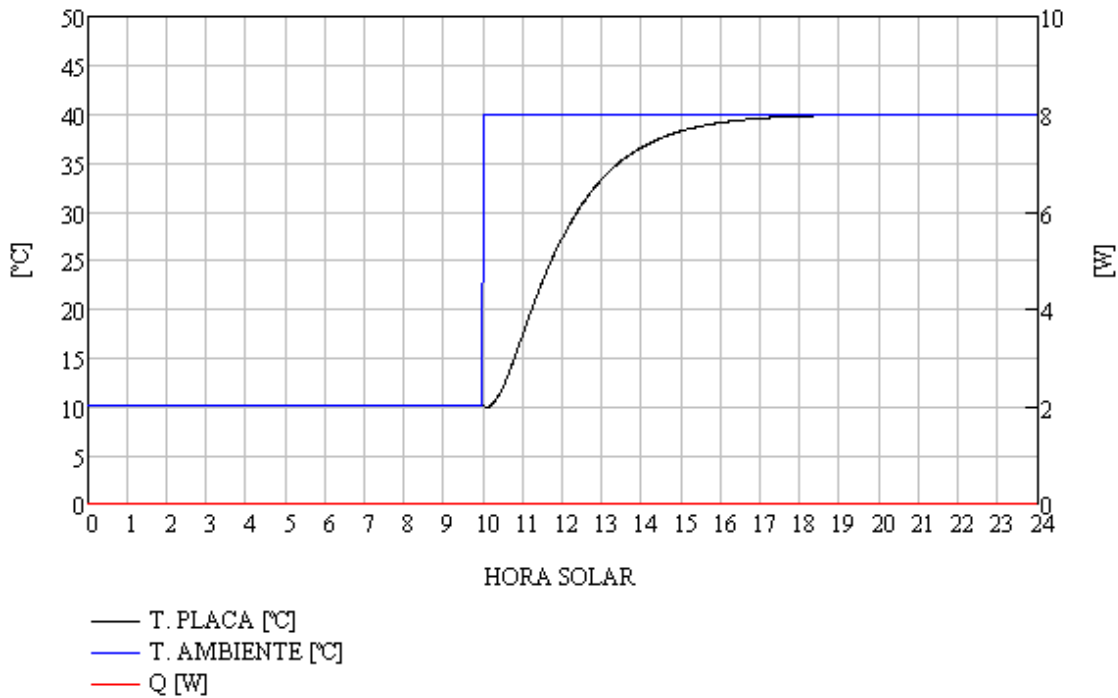


Figura 4.4.5

La figura muestra que el modelo ofrece los resultados esperados, es decir que la placa de acumulación tiende al equilibrio térmico con el aire ambiente. Ante un cambio en la temperatura exterior el aislamiento que ofrece el horno solar hace que haya un retardo en alcanzar el estado de equilibrio térmico, en este caso unas 8,5 horas para una diferencia de temperatura súbita de 30 [°C].

4.5 COMPORTAMIENTO DEL MODELO ANTE ENTRADAS REALES

En el apartado 4.4 se demostró que el modelo teórico ofrece resultados coherentes con el circuito térmico en que se basa el modelo. También se demostró que el modelo responde correctamente ante situaciones transitorias sencillas.

Tras las primeras comprobaciones preliminares se pondrá a prueba el modelo ante entradas de radiación solar y temperatura ambiente reales. El objetivo es comprobar que el modelo trabaja bien con entradas muy variables con el tiempo y ofrece resultados coherentes.

En este caso se entiende por resultados coherentes aquellos en los que las tendencias de las temperaturas se adaptan y responden de forma realista a los estímulos de radiación solar y temperatura ambiente.

De momento sólo se valorarán las tendencias y los comportamientos generales de los resultados. En capítulos posteriores se analizará hasta qué punto son exactos los resultados que ofrece el modelo, sobre todo en los instantes más críticos como el máximo de la temperatura de la placa de acumulación.

Las entradas aplicadas al modelo teórico se resumen en la siguiente tabla.

Tabla 4.5.1 Tabla resumen de entradas al modelo	
Fecha	11-06-2009
Rango horario medición	0:00 h – 23:59 h local Madrid
Condiciones meteorológicas	Cielo despejado
Hora local amanecer	6:44 hora local Madrid
Hora local puesta sol	21:44 hora local Madrid
Irradiación solar global máxima registrada	960,2 W/m ² 13:50 hora local Madrid
Temperatura ambiente máxima registrada	36,9 °C 18:47 hora local Madrid
Temperatura ambiente mínima registrada	17,1 °C 06:38 hora local Madrid

El modelo ofrece los resultados que se muestran en la figura 4.5.1. Se pueden hacer los siguientes comentarios:

Antes de amanecer ($0 < t < 6,5$ [h] aprox.) el horno no recibe ningún tipo de aporte energético y las temperaturas permanecen acopladas a la temperatura del aire ambiente. Se mantiene el equilibrio térmico con el ambiente.

A partir del amanecer ($t \approx 6,5$ [h]) comienza a existir radiación solar. La placa de acumulación recibe esta energía y aumenta su temperatura siguiendo la misma pauta de crecimiento que la de la radiación solar. Al mismo tiempo el aumento de temperatura de la placa arrastra al resto de temperaturas del horno empezando por el aire interior. Los componentes más afectados son aquellos con los que la placa intercambia directamente. En primer lugar con el aire bajo la placa, con el que la transferencia es muy directa por tratarse de una región

con mucha área de contacto con la superficie caliente de la placa en relación con el volumen total de aire que contiene. Esto hace que después de la placa, el aire bajo ella sea el elemento que alcanza mayores valores de temperatura en el horno.

El resto de temperaturas siguen un orden lógico. Los componentes más alejados de la placa de acumulación son los que menores temperaturas alcanzan. Por ejemplo, la superficie exterior de las paredes de madera tiene un incremento de temperatura siempre inferior a cualquier otra parte del horno. Esto tiene sentido teniendo en cuenta que el calor que se propaga desde la placa de acumulación llega muy disminuido debido al efecto aislante de las paredes de corcho y de la propia madera de la carcasa. La superficie exterior del cristal alcanza temperaturas mayores debido a la alta conductividad de este material, aunque se nota el efecto de la cámara de aire entre los cristales de la ventana del horno. Si no fuese por esta cámara la temperatura exterior del cristal sería muy similar a la del aire interno del horno bajo placa. Es decir, que la ventana sería un importante foco de pérdidas térmicas del horno. Gracias a ella se alcanza un nivel de aislamiento en la ventana cercano al que proporciona la carcasa de madera.

La evolución de las distintas temperaturas tiene un aspecto particular que resulta significativo: el retardo. Es decir, cuando la radiación solar alcanza un máximo y comienza su declive, el buen nivel de aislamiento del horno permite que la temperatura de la placa continúe subiendo durante 1 hora más aproximadamente. El modelo teórico también es capaz de reproducir el hecho de que el calor tarda una cierta cantidad de tiempo en propagarse debido a la inercia térmica del equipo. Esto queda de manifiesto al comprobarse que las temperaturas máximas de los distintos componentes del horno no están sincronizadas. El primer elemento en alcanzar el máximo de temperatura es la placa de acumulación, tal como estaba previsto, la placa hace de foco térmico en el horno y su temperatura arrastra a las del resto del aparato. La “información” de que la temperatura de la placa ha empezado a bajar se transmite con mayor retardo cuanto más lejos nos encontremos. Esto se pone de manifiesto en que los máximos de temperatura de cada componente del horno se alcanzan más tarde cuanto más lejos se encuentren de la placa de acumulación.

Otro aspecto importante a destacar es que el modelo predice que el horno tiene más facilidad para calentarse que para enfriarse. Este comportamiento resulta lógico, la fuente energética (radiación solar) entra sin ninguna restricción y tiene el efecto de aumentar la temperatura de la placa. Por otra parte, para que la placa pierda energía tiene la restricción del aislamiento alrededor de ella (carcasa aislante, cámara de aire entre cristales de la ventana). En definitiva el horno solar está diseñado para favorecer la llegada de energía y para dificultar la pérdida de la misma. El modelo refleja este aspecto en el hecho de que, en general, el valor absoluto de la pendiente de la temperatura es mayor cuando ésta crece que el valor absoluto de su pendiente cuando ésta decrece. Esto también se nota al comparar la curva de radiación solar con la de la temperatura de la placa. Cuando la radiación es creciente la temperatura de la placa sigue la misma tendencia. Por el contrario cuando la radiación baja, la

temperatura de la placa se desacopla y describe un seguimiento menos estrecho de la radiación.

En el momento de la puesta de Sol ($t \approx 21,8$ [h]), la fuente energética desaparece y el horno tiende al equilibrio térmico con el ambiente. Tal como ocurre en la realidad, el modelo calcula que las temperaturas del horno tienden a converger con la temperatura ambiente.

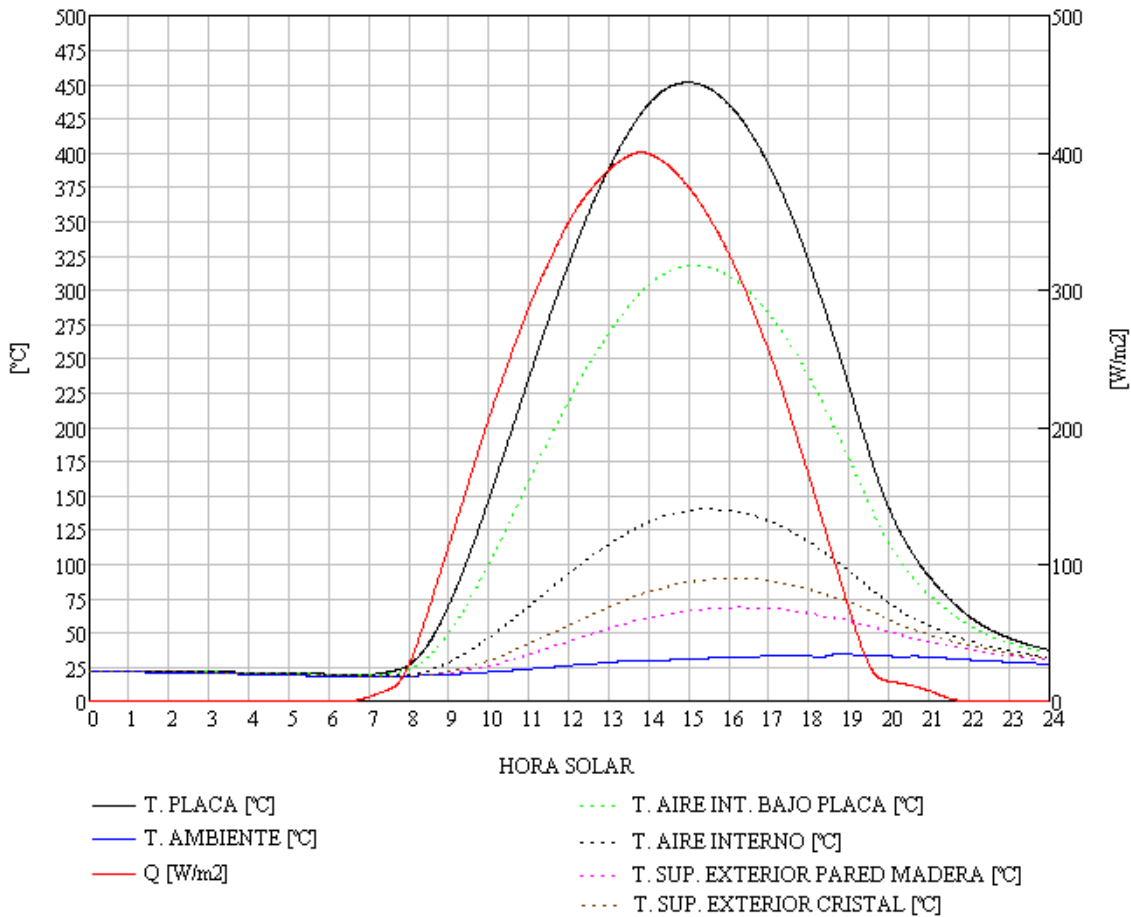


Figura 4.5.1

En general se puede decir que el modelo ha tenido éxito en cuanto a predecir cualitativamente el comportamiento del horno solar. Esto es, describe correctamente las tendencias que sigue cada una de las temperaturas del aparato en cuanto a ritmos de crecimiento y decrecimiento comparativo entre distintos componentes, acoplamiento y desacoplamiento con temperatura ambiente, reacción ante la presencia de radiación solar, etc.

Nótese que, tal como se comentaba anteriormente, aparece un retardo de 82 [min] entre los máximos de temperatura de la placa y de la superficie exterior de la pared de madera. El modelo tiene contemplado que el calor tarda una cierta cantidad de tiempo en propagarse.

El aspecto cuantitativo de los cálculos del modelo teórico necesita mayor detenimiento. Hay que recordar que el modelo está basado en una serie de intercambios de calor entre las distintas partes del horno. A su vez, algunos de

estos intercambios se han modelizado a partir de hipótesis y correlaciones que no siempre se adaptan fielmente a la realidad del aparato. En resumen, es muy difícil calcular de forma teórica algunas de las resistencias térmicas que forman el circuito en que se basa el modelo.

En el siguiente capítulo se ajustarán las resistencias térmicas del modelo en base a los datos experimentales, a fin de lograr un modelo que ofrezca resultados cuantitativamente válidos.

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.1 Comparativa modelo teórico – medidas experimentales

5.2 Modelo teórico corregido

5.2.1 Ajuste de valores de resistencias térmicas

5.2.2 Comparativa modelo teórico corregido – medidas experimentales

5.3 Conclusiones

5.1 COMPARATIVA MODELO TEÓRICO – MEDIDAS EXPERIMENTALES

En apartados anteriores de este trabajo se ha descrito la elaboración de un modelo que permite calcular de forma teórica el funcionamiento del horno solar en función de las condiciones de radiación solar y temperatura ambiente. Este modelo se ha calculado de forma completamente teórica, utilizando conceptos de termodinámica, ingeniería térmica y cálculo numérico. Los resultados que ofrece tienen un comportamiento cualitativo que parece correcto en una primera aproximación. En el aspecto cuantitativo los resultados no pueden ser considerados válidos hasta que se comparen con medidas experimentales del comportamiento real del horno.

El modelo teórico está basado en un circuito térmico en el que se ha tratado de reflejar la transmisión real de calor a través de los componentes del horno. El principal impedimento para que el modelo teórico entregue resultados cuantitativamente exactos es que algunas de las resistencias que componen el circuito se han calculado de acuerdo con correlaciones e hipótesis que no siempre se ajustan con precisión a la realidad del horno.

Este capítulo está dedicado a comparar los resultados que ofrece el modelo teórico con medidas experimentales sobre el funcionamiento real del horno solar.

Si el comportamiento cualitativo de los resultados teóricos y experimentales coincide, se puede considerar que el modelo está bien planteado. Es decir que el circuito térmico en que se basa el modelo está correctamente construido y refleja fielmente los procesos de transferencia de calor reales en el aparato. Entendemos por comportamiento cualitativo de los resultados la evolución de las temperaturas significativas del horno a través del tiempo, y en función de la radiación solar y la temperatura ambiente.

También puede darse el caso de que no haya consonancia entre los patrones de comportamiento de las temperaturas reales con las que ofrece el modelo teórico. Si ocurre esto, será necesario replantear el modelo, reformando el circuito térmico y revisando incluso las hipótesis que se han introducido en las ecuaciones aplicadas a volúmenes de control y condiciones de contorno.

Hay que estudiar por otra parte los resultados cuantitativos que ofrece el modelo en comparación con los datos experimentales. Por resultados cuantitativos entendemos aquellos datos relevantes para el funcionamiento del horno como temperaturas máximas, instante en que se alcanza el equilibrio térmico con el ambiente tras la puesta de Sol, etc.

Resulta previsible que los resultados cuantitativos no concuerden por una serie de motivos que se han indicado anteriormente. Ante esto será necesario revisar los valores de las resistencias que se han definido en el modelo. Una vez identificadas aquellas resistencias que introducen un mayor error en el modelo, se buscará un valor correcto para ellas hasta que los resultados del modelo teórico se ajusten bien a las medidas experimentales.

En primer lugar se va a realizar una primera comparativa para las condiciones de un día totalmente despejado en donde la radiación solar no sufre variaciones bruscas que puedan distorsionar la evolución de las temperaturas del horno.

La tabla 5.1.1 contiene un resumen de las condiciones ambientales del día seleccionado.

Tabla 5.1.1	
Fecha	15-08-2009
Rango horario medición	0:00 h – 23:59 h local Madrid
Condiciones meteorológicas	Cielo despejado
Hora local amanecer	7:18 hora local Madrid
Hora local puesta sol	21:10 hora local Madrid
Irradiación solar global máxima registrada	975,2 W/m ² 13:50 hora local Madrid
Temperatura ambiente máxima registrada	34,6 °C 17:13 hora local Madrid

La figura 5.1.1 muestra una comparación entre las medidas experimentales de temperaturas de la placa y del aire interior del horno sobre la placa y la solución que ofrece para ellas el modelo teórico. Se ha incluido también en la gráfica la evolución de la temperatura ambiente y de la irradiación solar global sobre el horno.

Desde el punto de vista cualitativo los resultados experimentales coinciden con los del modelo teórico en varios aspectos fundamentales:

1. Ambos presentan 3 comportamientos diferenciados en función de la radiación solar: 1 antes de amanecer hay equilibrio térmico. 2 Durante día hay desacoplamiento entre la temperatura ambiente y las temperaturas del horno. 3 tras la puesta de Sol se tiende al equilibrio térmico entre el horno y el aire ambiente.
2. Tanto en datos experimentales como en resultados del modelo los máximos en las temperaturas del horno se producen después del máximo en la irradiación global sobre el horno.
3. Tanto en datos experimentales como en resultados del modelo se observa que el horno tiene más facilidad para recibir energía que para entregarla al ambiente. Es decir que tiene tendencia a acumular energía. Esto se observa en el hecho, y en esto coinciden datos experimentales y teóricos, que el ritmo de calentamiento del horno es mas rápido que el ritmo de enfriamiento.

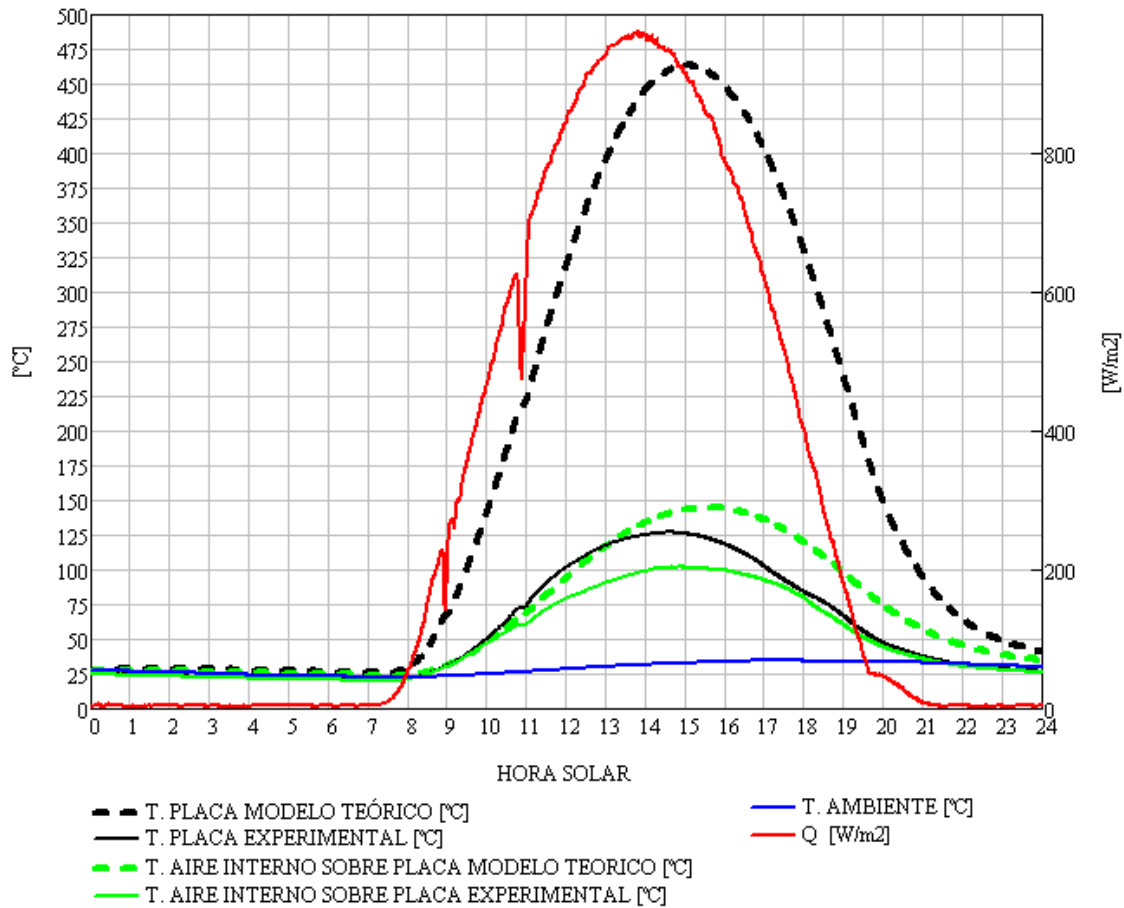


Figura 5.1.1. Gráfica correspondiente a condiciones según tabla 5.1.1

Desde el punto de vista cuantitativo se aprecian diferencias muy notables entre las medidas experimentales y las soluciones que entrega el modelo. La tabla 5.1.2 contiene una comparación de los datos más significativos.

Tabla 5.1.2			
	EXPERIMENTAL	MOD. TEÓRICO	ERROR (Referido a [K])
Temperatura máxima placa acumulación	400,1 [K] 14:35 [hIM]	736,5 [K] 15:02 [hIM]	84,1 [%] 27 [minutos]
Temperatura máxima aire interno del horno	375,1 [K] 14:48 [hIM]	417,8 [K] 15:31 [hIM]	11,4 [%] 43 [minutos]

El modelo teórico proporciona datos demasiado altos para las temperaturas del horno. El calibre del error, 84,1 [%] para la temperatura máxima de la placa, es demasiado alto para considerar válido el actual modelo teórico.

Los datos experimentales muestran que, tal como se esperaba, el máximo de la temperatura del horno se produce después que el de la placa de acumulación. Esto confirma la idea intuitiva que se tiene de que el calor se transmite progresivamente en el tiempo desde los elementos más calientes del

horno hacia los más fríos. Este comportamiento queda reflejado correctamente en los cálculos del modelo teórico.

Con la finalidad de estudiar más detenidamente las causas de la imprecisión del modelo experimental, se han elaborado las gráficas de error en función del tiempo para las temperaturas de la placa de acumulación y el aire del horno.

El error de cada parámetro se ha definido de la siguiente forma:

$$\varepsilon_1(t) = \frac{|T_P(t) - T_1(t)|}{T_P(t)} \cdot 100 [\%]$$

Ec. 5.1.1
Error en la temperatura de la placa de acumulación.

$$\varepsilon_2(t) = \frac{|T_{AISP}(t) - T_2(t)|}{T_{AISP}(t)} \cdot 100 [\%]$$

Ec. 5.1.2
Error en la temperatura del aire interno del horno sobre placa.

Donde:

$T_P(t)$ [K]	Es la temperatura experimental de la placa de acumulación del horno en función del tiempo.
$T_{AISP}(t)$ [K]	Es la temperatura experimental del aire interno sobre placa del horno en función del tiempo.
$T_1(t)$ [K]	Es la temperatura calculada por el modelo teórico para la placa de acumulación en función del tiempo.
$T_2(t)$ [K]	Es la temperatura calculada por el modelo teórico para el aire interno sobre placa del horno en función del tiempo.

La figura 5.1.2 muestra la evolución de los errores del modelo teórico en el cálculo de la temperatura de la placa de acumulación (T_1) y del aire interno del horno sobre la placa (T_2). En ella se puede apreciar que, en ausencia de radiación solar, el error cometido en el cálculo de las temperaturas permanece constante y con valores en torno al 2[%]. A partir de la salida del Sol ($t = 7:18$ [h]) los errores se disparan, sobre todo en el caso de la temperatura de la placa que alcanza un máximo de más del 80 [%]. Cuando la radiación solar disminuye los errores se reducen progresivamente hasta llegar de nuevo a valores inferiores al 5 [%].

Sobre todo para el caso de la placa, resulta importante destacar que la forma de la función error es muy similar a la forma de la función temperatura calculada por el modelo teórico. Esto quiere decir que el modelo ha tenido éxito a la hora de calcular la tendencia que sigue la temperatura de la placa.

Por otra parte el error en la temperatura tiene un comportamiento menos ajustable a los resultados del modelo teórico. Esto se puede achacar al fenómeno que se ha venido observando en el funcionamiento del horno, según el cual la temperatura del aire del horno no sobrepasa los 100 [°C]. Este fenómeno no está contemplado en el modelo. En cualquier caso, el error en esta temperatura no supera nunca el 15 [%], es por tanto mucho menos preocupante que el error cuantitativo de la temperatura de la placa.

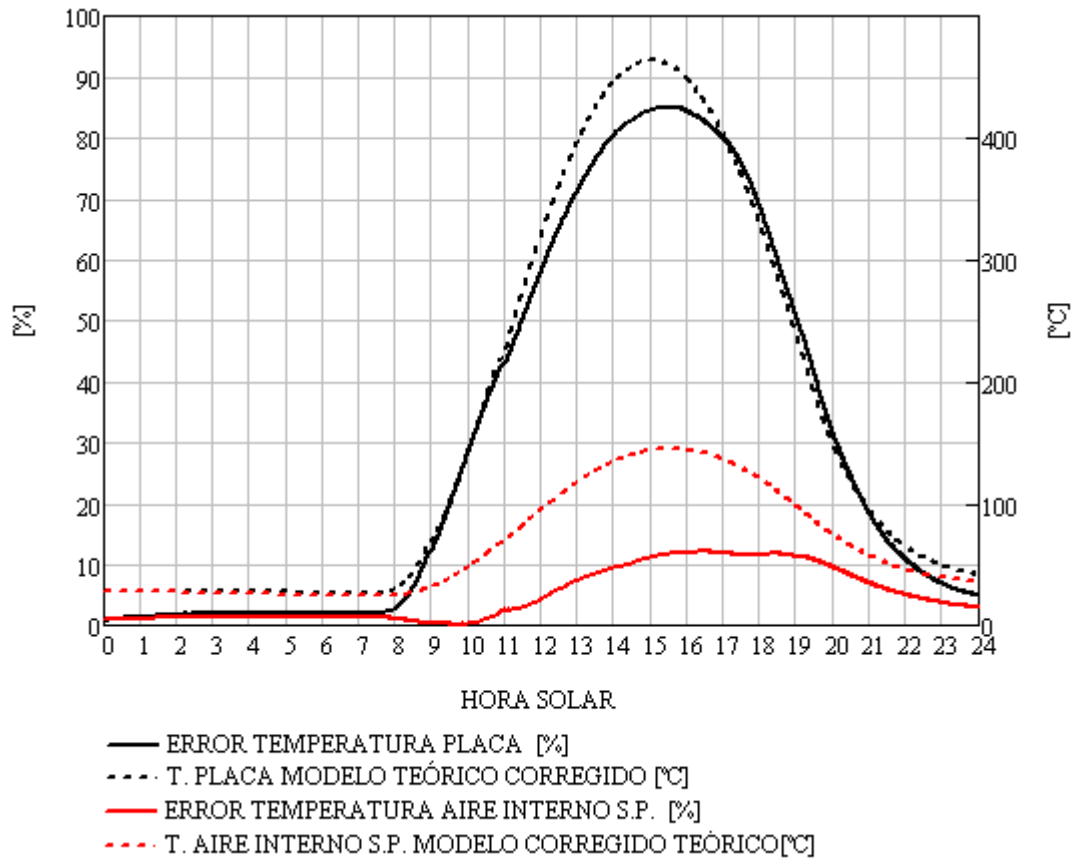


Figura 5.1.2. Gráfica correspondiente a los datos de la tabla 5.1.1.

También resulta interesante estudiar el funcionamiento del modelo teórico ante los datos de un día en el que haya un comportamiento irregular de las condiciones ambientales.

La tabla 5.1.3 resume los datos de irradiación solar global y temperatura ambiente de un día con presencia de intervalos de nubes que provocan variaciones muy bruscas en la irradiación solar.

Tabla 5.1.3	
Fecha	14-06-2009
Rango horario medición	0:00 h – 23:59 h local Madrid
Condiciones meteorológicas	Intervalos de nubes.
Hora local amanecer	7:38 hora local Madrid
Hora local puesta sol	21:10 hora local Madrid
Irradiación solar global máxima registrada	745,2 W/m ² 13:40 hora local Madrid
Temperatura ambiente máxima registrada	32,9 °C 17:46 hora local Madrid

La figura 5.1.6 muestra de nuevo un fuerte error cuantitativo del modelo en el cálculo de la temperatura de la placa cuando hay actividad solar. También hay error, aunque de menor cuantía, en la temperatura del aire del horno. Por otro

lado volvemos comprobar un ajuste perfecto entre el modelo teórico y los datos experimentales antes de la salida del Sol.

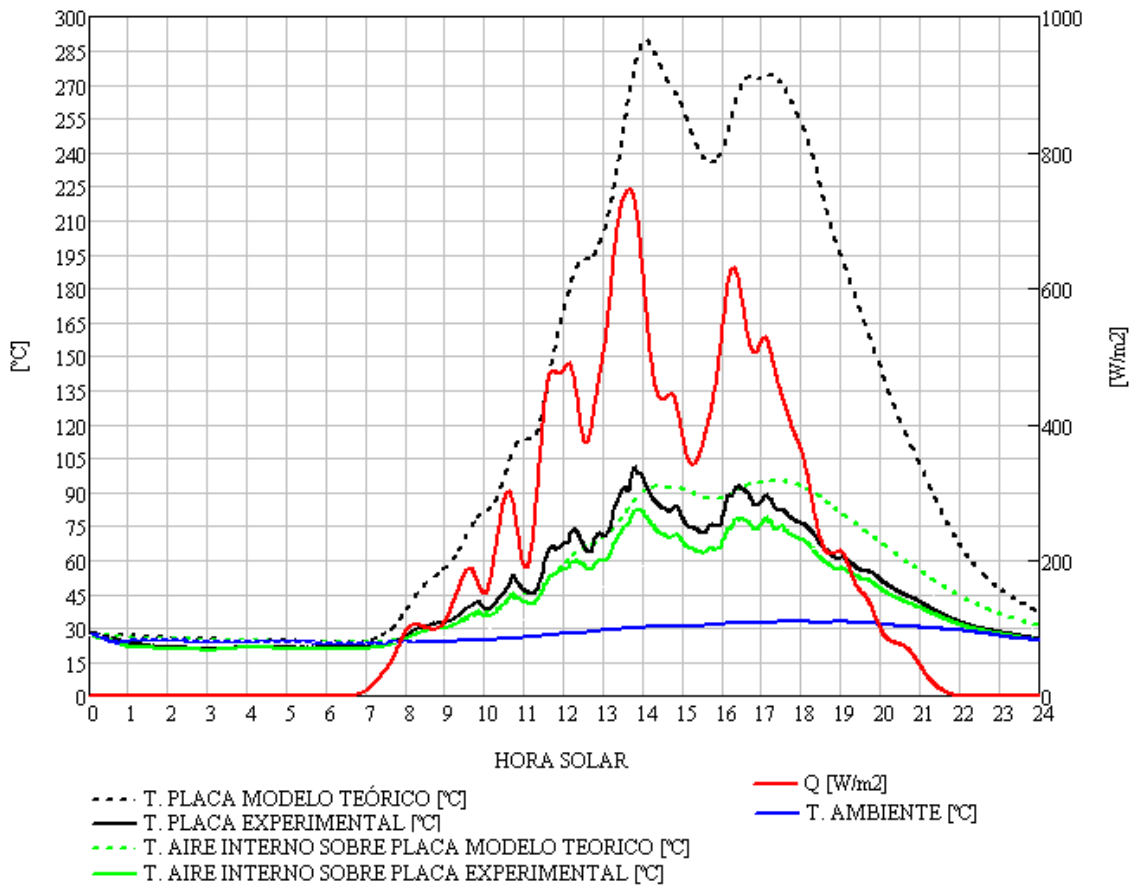


Figura 5.1.6. Grafica correspondiente a condiciones según tabla 5.1.3.

La precisión del modelo, en cuanto a la predicción de las tendencias de las temperaturas del horno, se puede apreciar mejor en la figura 5.1.7. En ella se muestra el error cometido por el modelo teórico en el cálculo de temperaturas en función del tiempo.

De nuevo, en el periodo anterior a la salida del Sol, el modelo calcula unas temperaturas con un error muy bajo y constante, en torno al 2 [%]. Cuando empieza a haber irradiación solar los errores aumentan rápidamente alcanzando un valor máximo del 55 [%] para la placa y del 9 [%] para el aire interno.

Se comprueba que el modelo vuelve a cometer fuertes errores en el cálculo de los valores de las temperaturas.

En el caso de la temperatura de la placa el error cuantitativo es el más abultado. Sin embargo comprobamos que el error cometido y el valor calculado por el modelo siguen un mismo patrón de comportamiento. De nuevo el modelo ofrece unos valores para la temperatura que son directamente proporcionales a los valores reales.

En el caso del aire, el modelo alcanza una precisión mucho mayor. Se comprueba que el error permanece bastante constante y con un máximo que no llega al 10 [%].

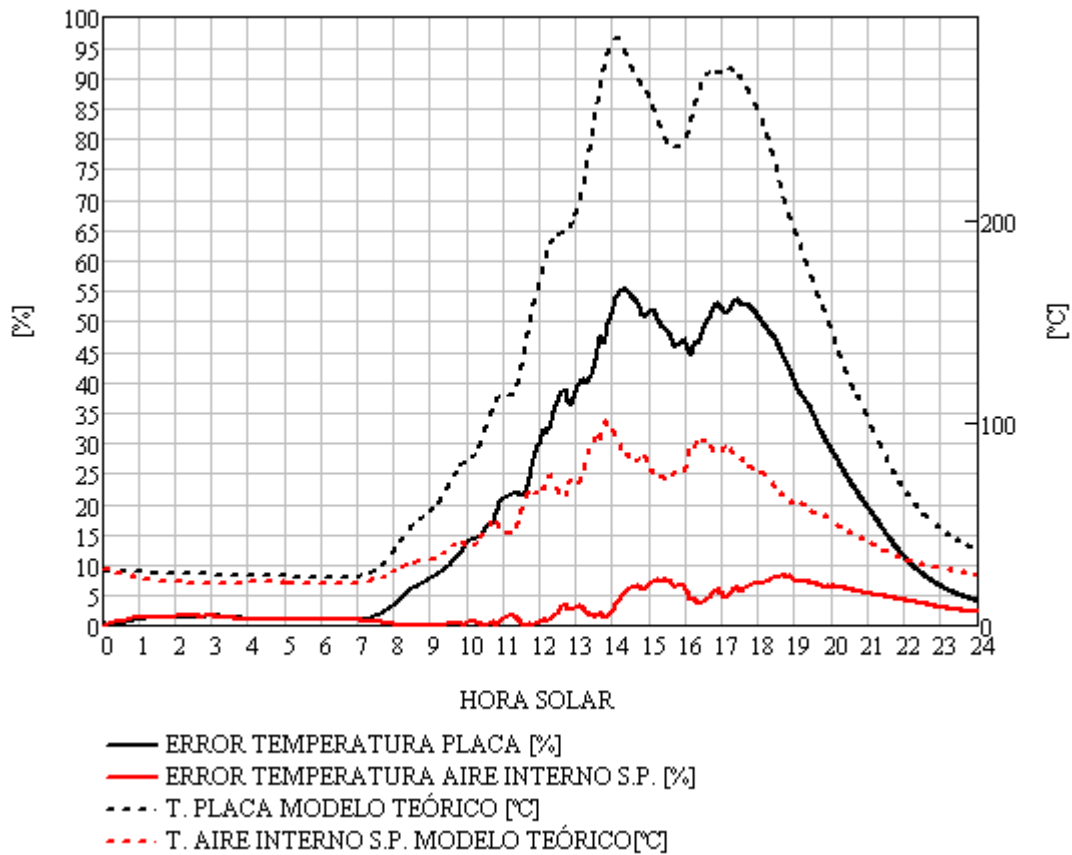


Figura 5.1.7. Gráfica correspondiente a condiciones según tabla 5.1.3

El modelo teórico se ha puesto a prueba ante datos reales que se corresponden con distintas condiciones ambientales tanto estables como irregulares.

En primer lugar hay que indicar que el modelo ha tenido capacidad para procesar sin problemas las entradas que se le han proporcionado. No ha entregado en ningún momento resultados con inestabilidades ni discontinuidades.

Uno de los aspectos a vigilar es el de la coherencia de los resultados del modelo. Esta coherencia tiene que ver con el planteamiento del sistema de cálculo del modelo, basado en un circuito térmico aplicado a un conjunto de volúmenes de control con condiciones de contorno asociadas. Si el planteamiento es correcto, el modelo tiene que predecir correctamente las tendencias de las temperaturas en cualquier condición de funcionamiento del horno. Se ha comprobado que, tanto para unas condiciones ambientales estables como para unas condiciones muy variables, el modelo ha sido capaz de entregar resultados coherentes. La prueba de esto es que en todos los casos el modelo ha calculado valores de la temperatura de la placa que eran

proporcionales a los valores experimentales, con un coeficiente de proporcionalidad constante en todo momento.

Todo esto nos lleva a la conclusión de que el planteamiento que se ha hecho para diseñar el modelo teórico se puede considerar válido.

Por otra parte también se ha prestado atención a la precisión cuantitativa del modelo. Se ha observado que siempre que el modelo trabaja en condiciones de irradiación solar, comete fuertes errores en el valor de las temperaturas. Es decir, el modelo entrega resultados erróneos, aunque sean proporcionales a los valores correctos. Este desajuste se debe a que no se ha calculado de forma precisa el valor de las resistencias térmicas que integran el modelo teórico. Hay que recordar que para calcular alguna de las resistencias térmicas de forma teórica, se ha tenido que acudir a correlaciones que no siempre eran completamente aplicables a la realidad del horno. Con lo que se ha visto hasta ahora no es posible saber el valor correcto de todas las resistencias, pero sí se puede saber que, en general, el valor de las resistencias que se han aplicado al modelo es demasiado alto. Esto explica que se obtengan valores de temperaturas hasta un 80 [%] superiores a los valores experimentales.

En definitiva, hay que revisar los valores de las resistencias térmicas del modelo. En concreto aquellas que se hayan calculado en base a correlaciones no suficientemente adecuadas. Tras el ajuste de los valores de las resistencias, es previsible que se obtenga un modelo capaz de predecir con gran precisión el comportamiento del horno ante cualquier condición de funcionamiento.

5.2 MODELO TEÓRICO CORREGIDO

5.2.1 AJUSTE DE VALORES DE RESISTENCIAS TÉRMICAS

Una vez determinado que la falta de precisión del modelo se debe a un cálculo incorrecto de las resistencias, lo primero que hay que hacer es diferenciar entre las resistencias cuyo valor sea fiable y las que no.

Todas las resistencias térmicas de conducción se pueden considerar correctas. Su valor se calcula en función de características geométricas de los materiales y de las propiedades físicas de los mismos. La geometría es conocida con precisión y no supone ninguna incertidumbre. En cuanto a las propiedades físicas de los materiales no ha habido problemas para consultarlos en la bibliografía disponible [1], y los datos de los que se dispone tienen un estrecho margen de error.

El valor calculado para la resistencia térmica de convección entre la placa de acumulación y el aire bajo ella (R_2) también puede considerarse fiable. En este caso el aire puede asumirse que está confinado en una cavidad en donde la pared superior (placa de acumulación) actúa como foco térmico. En la geometría del horno la placa de acumulación cubre casi completamente el suelo del horno, y deja bajo ella una estrecha cámara de aire en donde el aire está prácticamente confinado. En estos casos la bibliografía consultada [1] indica que el calor se transmite a través del aire mediante conducción. Esto se debe a que la distribución de temperaturas hace que la masa de aire sea estable, por tanto no se generan corrientes convectivas.

Por último, la transferencia de calor entre los dos cristales de la ventana del horno se ha calculado en base a una correlación empírica que propone [1]. El valor de la resistencia asociada a esa transferencia (R_9) puede tomarse como válida porque todas las hipótesis que requiere la correlación se ajustan perfectamente a la geometría y a las condiciones de funcionamiento del horno solar.

En general, el resto de resistencias responden a procesos de convección libre para los que no se han podido encontrar correlaciones que se ajusten bien al caso del horno solar. A continuación se enumeran estas resistencias térmicas, las hipótesis que precisan para ser calculadas y los motivos que llevan a la conclusión que su valor no puede ser fiable.

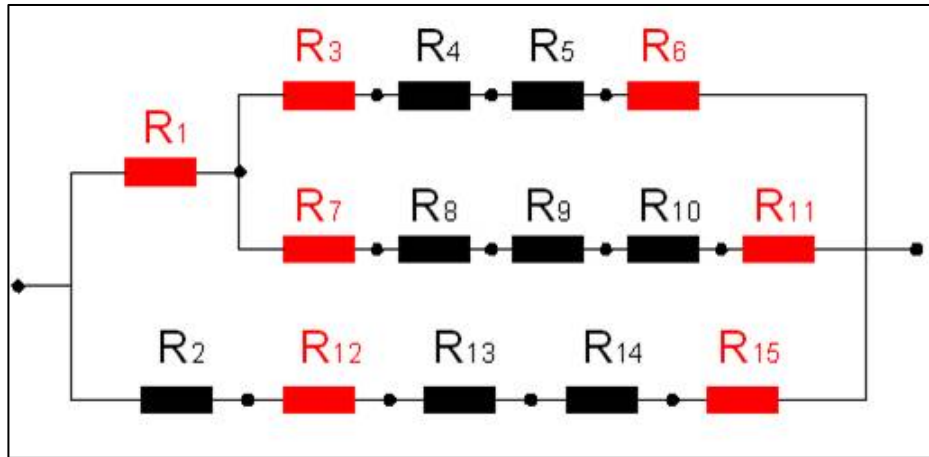


Figura 5.2.1.

Esquema de resistencias térmicas del modelo teórico. En rojo, resistencias cuyo valor tiene que ajustarse.

R_1 Resistencia de convección entre placa de acumulación y aire interno del horno sobre ella.

Hipótesis:

- Convección libre entre una superficie horizontal y un fluido sobre ella.
- El fluido está contenido en un recinto cuyo volumen es mucho mayor que la superficie de intercambio ($V/A \gg 1$).
- El área de la superficie es muy grande con respecto a su perímetro ($A/P \gg 1$).
- La superficie actúa como foco térmico ($T_{SUP} > T_{FL}$).

Inadecuaciones de la hipótesis:

- No se cumple $V/A \gg 1$, el aire está confinado en un recinto de volumen pequeño con respecto al área de intercambio. La hipótesis correcta sería fluido confinado.
- No se cumple $A/P \gg 1$, la placa tiene un área de intercambio pequeña con respecto a su perímetro. No se puede aproximar al caso de área de intercambio infinita.
- No se cumple ($T_{SUP} > T_{FL}$), en algunas condiciones de funcionamiento el aire puede tener mayor temperatura que la placa.

R_3 Convección entre el aire interno del horno sobre placa y la superficie interior de las paredes del horno.

Hipótesis:

- Convección libre entre una superficie vertical y un fluido.
- El fluido está contenido en un recinto cuyo volumen es mucho mayor que la superficie de intercambio ($V/A \gg 1$).
- El área de la superficie es muy grande con respecto a su perímetro ($A/P \gg 1$).

Inadecuaciones de la hipótesis:

- No se cumple $V/A \gg 1$, el aire está confinado en un recinto de volumen pequeño con respecto al área de intercambio. La hipótesis correcta sería fluido confinado.
- No se cumple $A/P \gg 1$, las paredes del horno tienen un área de intercambio pequeña con respecto a su perímetro. No se puede aproximar al caso de área de intercambio infinita.

R₆ Convección entre la superficie exterior de las paredes del horno y el aire ambiente.

Hipótesis:

- Convección libre entre una superficie vertical y un fluido.
- El fluido está contenido en un recinto cuyo volumen es mucho mayor que la superficie de intercambio ($V/A \gg 1$).
- El área de la superficie es muy grande con respecto a su perímetro ($A/P \gg 1$).

Inadecuaciones de la hipótesis:

- La convección no es libre. El aire ambiente tiene corrientes (viento) que no están causadas por el efecto de intercambio de calor con la superficie.
- No se cumple $A/P \gg 1$, el cristal de la ventana del horno tiene un área de intercambio pequeña con respecto a su perímetro. No se puede aproximar al caso de área de intercambio infinita.

R₇ Convección entre aire interno del horno sobre placa y el cristal interno de la ventana del horno.

Hipótesis:

- Convección libre entre una superficie horizontal y un fluido bajo ella.
- El fluido está contenido en un recinto cuyo volumen es mucho mayor que la superficie de intercambio ($V/A \gg 1$).
- El área de la superficie de intercambio es muy grande con respecto a su perímetro ($A/P \gg 1$).

Inadecuaciones de la hipótesis:

- No se cumple $V/A \gg 1$, el aire está confinado en un recinto de volumen pequeño con respecto al área de intercambio. La hipótesis correcta sería fluido confinado.
- No se cumple $A/P \gg 1$, el cristal interno de la ventana del horno tiene un área de intercambio pequeña con respecto a su perímetro. No se puede aproximar al caso de área de intercambio infinita.

R₁₁ Convección entre el cristal exterior de la ventana del horno y el aire ambiente.

Hipótesis:

- Convección libre entre una superficie horizontal y un fluido sobre ella.
- El fluido está contenido en un recinto cuyo volumen es mucho mayor que la superficie de intercambio ($V/A \gg 1$).
- El área de la superficie es muy grande con respecto a su perímetro ($A/P \gg 1$).
- La superficie actúa como foco térmico ($T_{SUP} > T_{FL}$).

Inadecuaciones de la hipótesis:

- La convección no es libre. El aire ambiente tiene corrientes (viento) que no están causadas por el efecto de intercambio de calor con la superficie.
- No se cumple $A/P \gg 1$, el cristal de la ventana del horno tiene un área de intercambio pequeña con respecto a su perímetro. No se puede aproximar al caso de área de intercambio infinita.
- No se cumple ($T_{SUP} > T_{FL}$), en algunas condiciones de funcionamiento el aire puede tener mayor temperatura que el cristal de la ventana.

R₁₂ Convección entre aire bajo la placa de acumulación y la superficie interior del suelo del horno.

Hipótesis:

- Convección libre entre una superficie horizontal y un fluido sobre ella.
- El fluido está contenido en un recinto cuyo volumen es mucho mayor que la superficie de intercambio ($V/A \gg 1$).
- El área de la superficie de intercambio es muy grande con respecto a su perímetro ($A/P \gg 1$).
- La superficie actúa como foco térmico ($T_{SUP} > T_{FL}$).

Inadecuaciones de la hipótesis:

- No se cumple $V/A \gg 1$, el aire está confinado en un recinto de volumen pequeño con respecto al área de intercambio. Además el recinto donde se encuentra el aire tiene una geometría compleja, se encuentra bajo la placa de acumulación que no llega a formar un volumen cerrado y es muy probable que se produzcan corrientes convectivas que intercambien masa entre el aire sobre la placa y bajo ella.
- No se cumple $A/P \gg 1$, el suelo tiene un área de intercambio pequeña con respecto a su perímetro. No se puede aproximar al caso de área de intercambio infinita.
- No se cumple ($T_{SUP} > T_{FL}$), en algunas condiciones de funcionamiento el aire puede tener mayor temperatura que el suelo del horno.

R₁₅ Convección entre la superficie exterior del suelo del horno y el aire ambiente.

Hipótesis:

- Convección libre entre una superficie horizontal y un fluido bajo ella.
- El fluido está contenido en un recinto cuyo volumen es mucho mayor que la superficie de intercambio ($V/A \gg 1$).
- El área de la superficie de intercambio es muy grande con respecto a su perímetro ($A/P \gg 1$).

Inadecuaciones de la hipótesis:

- La convección no es libre. El aire ambiente tiene corrientes (viento) que no están causadas por el efecto de intercambio de calor con la superficie.
- No se cumple $V/A \gg 1$, el aire está semi-confinado entre el suelo del horno y el suelo sobre el que se asienta el propio horno.
- No se cumple $A/P \gg 1$, el suelo del horno tiene un área de intercambio pequeña con respecto a su perímetro. No se puede aproximar al caso de área de intercambio infinita.

Después de haber identificado las resistencias cuyo valor no es fiable, se debe buscar un valor más adecuado para ellas. Para ello hemos utilizado la instalación experimental. Resulta posible colocar los termopares en los lugares del horno cuya temperatura nos interese. Con este procedimiento se puede evaluar las diferencias de temperatura que caractericen aquellos intercambios de calor cuya resistencia térmica se quiere calcular. De esta forma, es posible proponer valores alternativos para las resistencias antes mencionadas. En la tabla 5.2.1 se muestra la comparación entre el valor de las resistencias calculadas de forma teórica, y el valor que se propone para ellas.

Tabla 5.2.1		
	Valor teórico	Valor propuesto
Convección placa – aire interno sobre ella	$R_1 = 1,449 \text{ [K/W]}$	$R'_1 = 0,083 \text{ [K/W]}$
Convección aire interno sobre placa – paredes horno	$R_3 = 0,283 \text{ [K/W]}$	$R'_3 = 0,027 \text{ [K/W]}$
Convección paredes del horno – aire ambiente	$R_6 = 0,251 \text{ [K/W]}$	$R'_6 = 0,082 \text{ [K/W]}$
Convección aire interno sobre placa – cristal interior del horno	$R_7 = 0,483 \text{ [K/W]}$	$R'_7 = 0,059 \text{ [K/W]}$
Convección cristal exterior – aire ambiente	$R_{11} = 0,992 \text{ [K/W]}$	$R'_{11} = 0,183 \text{ [K/W]}$
Convección aire bajo placa – suelo del horno	$R_{12} = 0,537 \text{ [K/W]}$	$R'_{12} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ [K/W]} (*)$
Convección suelo del horno – aire ambiente	$R_{15} = 0,557 \text{ [K/W]}$	$R'_{15} = 0,204 \text{ [K/W]}$

(*) El circuito térmico que se forma por el intercambio desde la placa de acumulación hasta el aire ambiente a través del suelo del horno está determinado por las resistencias térmicas R_2 , R_{12} , R_{13} , R_{14} y R_{15} , todas ellas dispuestas en serie. Las mediciones experimentales que se llevaron a cabo para estudiar este ramal del circuito térmico llevaron a la conclusión de que la circulación de calor viene determinada por la resistencia R_2 , cuyo valor se puede conocer de forma teórica. El valor de R_2 es mucho mayor que las otras resistencias que están en serie con ella. Por este motivo se decidió proponer un valor para R_{12} que fuese despreciable con respecto a R_2 .

5.2.2 COMPARATIVA MODELO TEÓRICO CORREGIDO – MEDIDAS EXPERIMENTALES

En este apartado se pondrá en funcionamiento el modelo teórico tras haber sido ajustado. En el apartado 5.1 se llegó a la conclusión de que el modelo estaba bien planteado pero que había que corregir algunas magnitudes físicas cuyo valor se había calculado de forma teórica. Posteriormente, en el apartado 5.2.1. se identificaron las magnitudes físicas que eran susceptibles de haber sido calculadas erróneamente y se propusieron valores alternativos para ellas en base a nuevas medidas experimentales. Tras introducir estos nuevos valores ajustados se comprobará si el nuevo modelo entrega valores numéricamente correctos. Además debe vigilarse también que los resultados siguen siendo cualitativamente adecuados, cosa que se había conseguido en la primera versión del modelo.

El modelo se pondrá a prueba siguiendo los mismos pasos dados en el apartado 5.1. En primer lugar se calculará un día soleado, cuyas características ambientales se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 5.2.2	
Fecha	15-08-2009
Rango horario medición	0:00 h – 23:59 h local Madrid
Condiciones meteorológicas	Cielo despejado
Hora local amanecer	7:18 hora local Madrid
Hora local puesta sol	21:10 hora local Madrid
Irradiación solar global máxima registrada	975,2 W/m ² 13:50 hora local Madrid
Temperatura ambiente máxima registrada	34,6 °C 17:13 hora local Madrid

La figura 5.2.2 muestra la solución calculada por el modelo corregido, para las temperaturas de la placa y el aire interno sobre ella, en comparación con las medidas experimentales.

En primer lugar destacar que los resultados son cualitativamente correctos. Los resultados que ofrece el modelo continúan ofreciendo tendencias y comportamientos de las temperaturas que se ajustan a la realidad.

En el aspecto cuantitativo los resultados han mejorado su precisión muy notablemente. Los valores más significativos de temperaturas son casi coincidentes con los valores experimentales. Por ejemplo, el valor máximo de temperatura de la placa presenta el siguiente error:

Tabla 5.2.3			
	EXPERIMENTAL	MOD. TEÓRICO INICIAL	ERROR
Temperatura máxima placa acumulación	400,1 [K] 14:35 [hIM]	736,5 [K] 15:02 [hIM]	84,1 [%] 27 [minutos]
		MOD. TEÓRICO CORREGIDO	ERROR
		404,8 [K] 14:19 [hIM]	1,2 [%] 16 [minutos]

La tabla indica que el modelo teórico ha conseguido reducir su error en 82,9 puntos porcentuales en el cálculo de la temperatura máxima de la placa. También ha mejorado su precisión para determinar el instante en que se produce el máximo pasando de un error de 27 [min] a 16 [min].

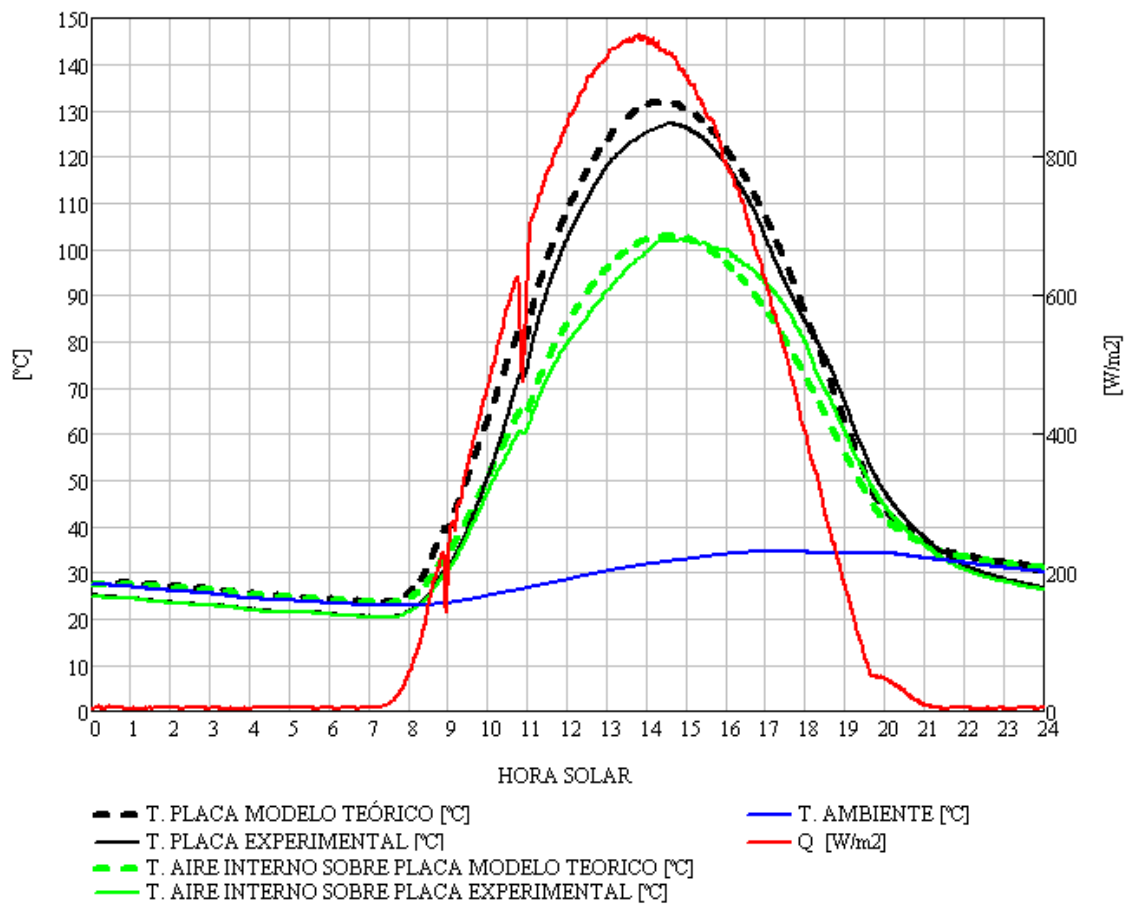


Figura 5.2.2.
Gráfica correspondiente a la tabla 5.2.3

Los desajustes que se observan entre los resultados del modelo corregido y los datos experimentales se deben en algunos casos a fenómenos físicos que se han considerado poco importantes y no se han contemplado en el diseño del modelo.

En primer lugar está el comportamiento anómalo de las temperaturas reales del horno en ausencia de radiación solar. Como se puede observar en $0 \text{ [h]} < t < 6 \text{ [h]}$ las temperaturas internas del horno no están en equilibrio con la temperatura ambiente. En lugar de ello muestran una tendencia a una temperatura menor que la del ambiente. Este fenómeno no resulta previsible en principio, una explicación es que exista un intercambio de calor por radiación desde la placa de acumulación del horno hacia el exterior. En cualquier caso la repercusión es que en el momento del amanecer, el modelo parte con una temperatura de la placa que es ligeramente superior al valor real. Esto introduce un error inicial en el momento de fuerte variación de la temperatura de la placa ante la incidencia de radiación solar.

La figura 5.2.3 muestra el comportamiento del error de los resultados ofrecidos por el modelo corregido con respecto a las medidas experimentales. El error se calcula de acuerdo con las ecuaciones 5.1.1 y 5.1.2.

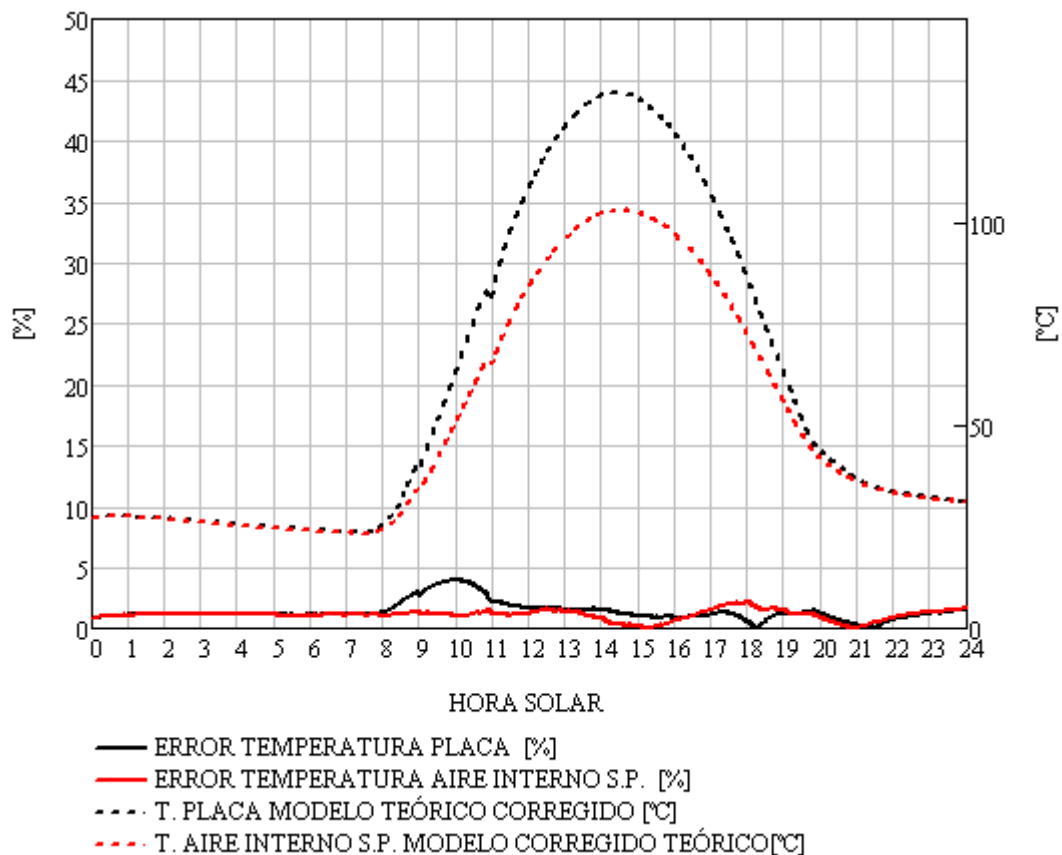


Figura 5.2.3.
Gráfica correspondiente a condiciones según tabla 5.2.3

Los errores cometidos presentan un valor ligeramente variable a lo largo del rango de datos sin superar en ningún momento el 5 [%]. A la vista de esto se

puede decir que los ajustes efectuados han tenido éxito en lo que se refiere a aumentar la precisión de los resultados del modelo.

Se observan dos regiones en donde los errores experimentan un leve repunte.

En primer lugar el error en la temperatura de la placa se incrementa localmente en los instantes inmediatamente posteriores a la salida del Sol. Como se ha comentado anteriormente, esto se debe a un fenómeno físico que hace disminuir la temperatura del horno por debajo de la temperatura ambiente en ausencia de radiación solar. En cualquier caso el error generado desaparece rápidamente hasta llegar al entorno del 3 [%] en toda la región de calentamiento de la placa por efecto de la acción solar.

El otro intervalo en donde se incrementan los errores es durante el enfriamiento del horno en los instantes próximos a la puesta de sol. El aumento de error afecta al aire interno del horno. Aquí se pone de manifiesto una pequeña deficiencia o bien en el planteamiento del modelo, que no está suficientemente bien diseñado para calcular enfriamientos, o bien en el ajuste de las resistencias. En cualquier caso los errores no llegan a acercarse al 5 [%], y están delimitados localmente a la fase de enfriamiento del horno.

Siguiendo el itinerario marcado en el apartado 5.1, también se estudiará la respuesta del modelo corregido ante los datos de un día en el que haya un comportamiento irregular de las condiciones ambientales.

La tabla 5.2.4 resume los datos de irradiación solar global y temperatura ambiente de un día con presencia de intervalos de nubes que provocan variaciones muy bruscas en la irradiación solar.

Tabla 5.2.4	
Fecha	14-06-2009
Rango horario medición	0:00 h – 23:59 h local Madrid
Condiciones meteorológicas	Intervalos de nubes.
Hora local amanecer	6:38 hora local Madrid
Hora local puesta sol	21:48 hora local Madrid
Irradiación solar global máxima registrada	745,2 W/m ² 13:40 hora local Madrid
Temperatura ambiente máxima registrada	32,9 °C 17:46 hora local Madrid

La figura 5.2.4 muestra los cálculos del modelo corregido para las temperaturas de la placa y el aire interno sobre placa del horno comparado con sus mediciones experimentales.

Los datos de este día en particular resultan muy útiles porque la radiación solar sufre muchas fluctuaciones de forma que los efectos térmicos sobre el horno son más complejos y difíciles de predecir. En estas condiciones cualquier error de concepto en el diseño del modelo teórico o en el ajuste de cualquiera de sus parámetros debe quedar al descubierto.

De igual forma que en ocasiones anteriores se comentarán los resultados entregados por el modelo de forma cualitativa en primer lugar y después se valorará su grado de aproximación en términos cuantitativos.

En una primera aproximación a los resultados, en forma de gráfica en la figura 5.2.4, se aprecia que las temperaturas calculadas por el modelo corregido se ajustan estrechamente a los valores experimentales. El modelo consigue predecir las tendencias de las temperaturas, ajustándose a las fluctuaciones y reproduciendo máximos y mínimos, locales y absolutos.

Las lecturas experimentales muestran de nuevo el fenómeno de enfriamiento del horno en ausencia de radiación solar. Esto introduce de nuevo un pequeño error en el cálculo de temperaturas en el intervalo de tiempo antes de la salida del Sol.

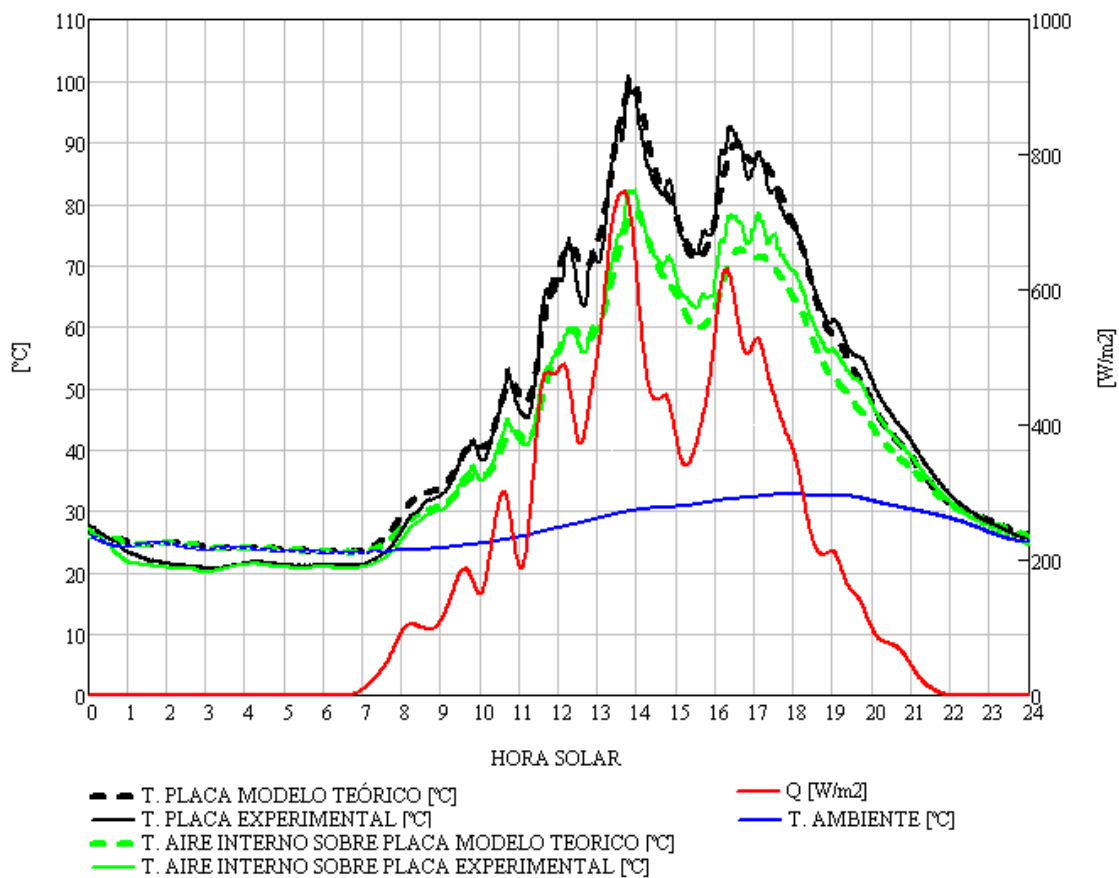


Figura 5.2.4.
Gráfica correspondiente a condiciones según tabla 5.2.4

El modelo corregido muestra de nuevo una notable precisión en el cálculo de la temperatura máxima de la placa de acumulación. La tabla 5.2.5 muestra este valor comparado con la lectura experimental y con el resultado del modelo inicial.

Tabla 5.2.5			
	EXPERIMENTAL	MOD. TEÓRICO INICIAL	ERROR
Temperatura máxima placa acumulación	373,8 [K] 13:47 [hIM]	562,4 [K] 14:05 [hIM]	50,5 [%] 18 [minutos]
		MOD. TEÓRICO CORREGIDO	ERROR
		372,3 [K] 13:54 [hIM]	0,4 [%] 7 [minutos]

El error cometido en el valor máximo de la temperatura se ha reducido al 0,4 [%] y el cálculo del instante en que se produce se ha aproximado también. Se puede decir que el ajuste del valor de las resistencias ha tenido éxito en el sentido disminuir drásticamente el error en el cálculo de las temperaturas significativas del funcionamiento del horno.

La mejor forma de evaluar la precisión de los resultados en términos cuantitativos es visualizar la evolución del error de los resultados con respecto a los valores experimentales en función del tiempo. La figura 5.2.5 muestra esta evolución.

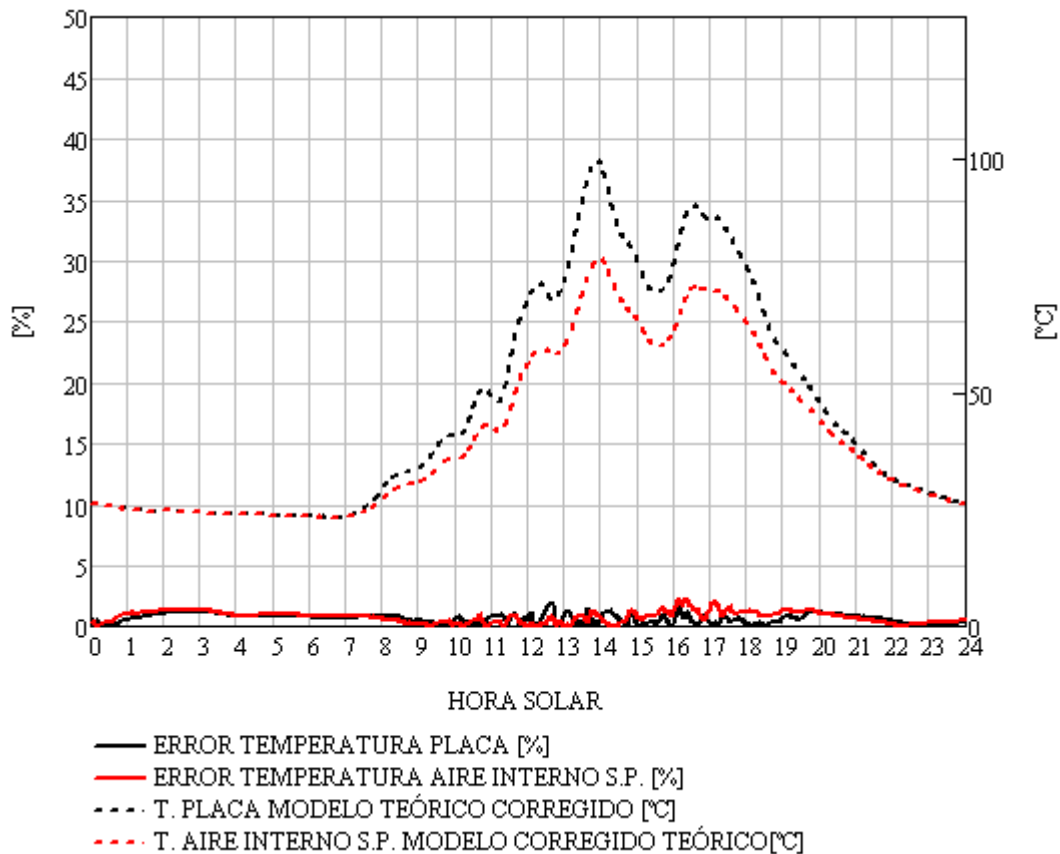


Figura 5.2.5.
Gráfica correspondiente a condiciones según tabla 5.2.4

La gráfica 5.2.5 muestra que los errores cometidos por el modelo corregido en el cálculo de las temperaturas fluctúan ligeramente con el tiempo, siendo inferiores en todo caso al 2,5 [%].

La parte más crítica del cálculo, aquella que incluye fuertes fluctuaciones de las temperaturas por efecto de la irregular radiación solar, es resuelta con solvencia por el modelo. No se aprecia ningún aumento significativo de los errores en este intervalo. Tan sólo se produce una evolución rápidamente irregular del error siempre dentro de un rango de valores nunca superiores al 2,5 [%]. El modelo corregido se muestra capaz de absorber las irregularidades de las temperaturas reales creando una solución con variaciones menos abruptas pero que siempre tiende a adaptarse a la realidad.

Por otra parte, se vuelve a apreciar la leve imprecisión en el cálculo de las temperaturas en el intervalo de tiempo anterior a la salida de sol. Esto ya se ha comentado anteriormente y se debe a un fenómeno físico no contemplado en el modelo y que introduce leves errores nunca superiores al 2,5 [%].

La fase de enfriamiento del horno también presenta un error que se viene repitiendo. Se puede considerar un hecho diferenciado porque se produce siempre que hay enfriamientos significativos en el horno para tender a la convergencia con la temperatura ambiente ante el declive de radiación solar en las cercanías de la puesta del sol. Sin embargo este error resulta leve y no supone un máximo absoluto en la evolución global del error.

Hasta el momento se ha descrito de forma detallada la aplicación del modelo corregido a dos fechas concretas elegidas por sus condiciones. En un caso por tratarse de un día completamente despejado de alta radiación solar y en el otro caso por la presencia de intervalos de nubes que dan lugar a una fuerte variabilidad de la radiación solar. En ambos casos se ha comprobado que el modelo ofrece resultados satisfactorios. Sin embargo, calcular correctamente dos días no supone garantía suficiente de que el modelo sea válido en cualquier circunstancia. A continuación se presenta un estudio de la precisión del modelo corregido a lo largo de un mes completo.

La figura 5.2.6 muestra un resumen de los resultados del modelo teórico corregido aplicado a cada uno de los días del mes de agosto de 2009. En concreto se ha representado el valor de la radiación global solar máxima junto con los siguientes errores de cálculo con respecto a valores experimentales:

1. Máximo error cometido en el cálculo de la temperatura de la placa de acumulación [% sobre valores en [K]].
2. Máximo error cometido en el cálculo del aire interior del horno sobre la placa [% sobre valores en [K]].
3. Error cometido en el cálculo de la temperatura máxima de la placa de acumulación [% sobre valores en [K]].
4. Error cometido en el cálculo de la temperatura máxima del aire interior del horno sobre la placa [% sobre valores en [K]].

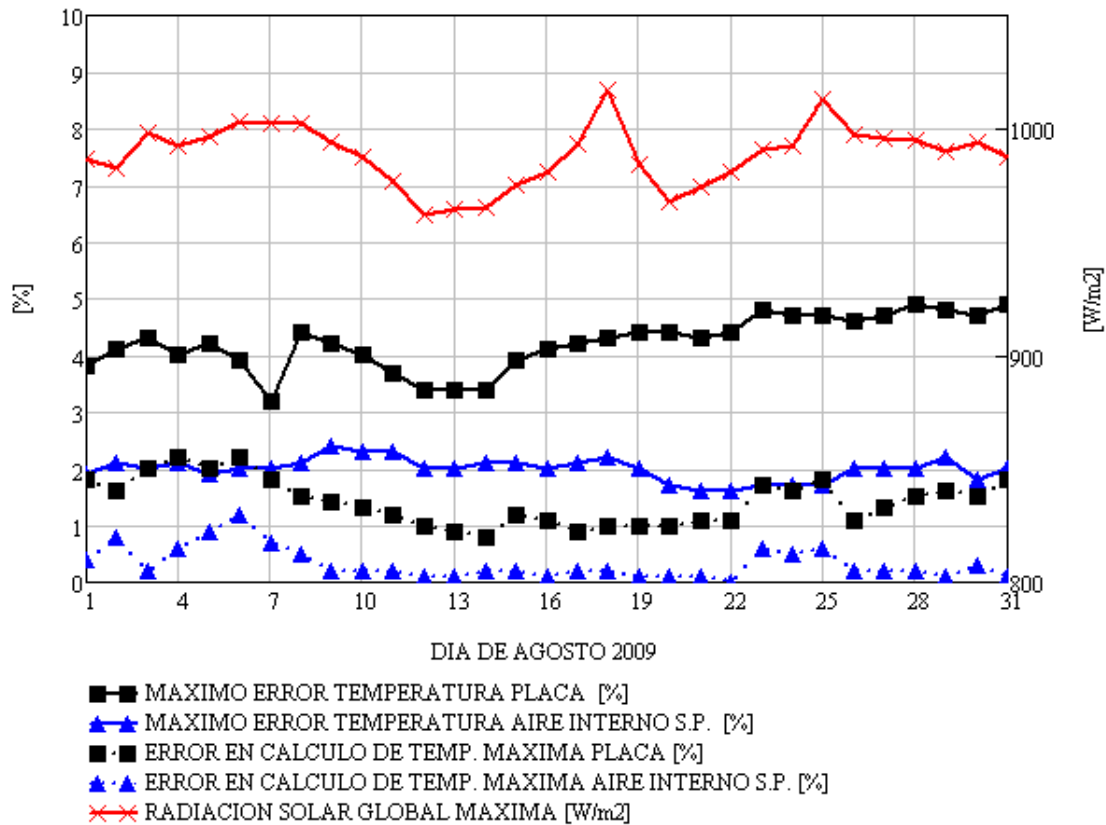


Figura 5.2.6 Resumen de resultados modelo teórico corregido aplicado al mes de agosto de 2009. Búsqueda de posible influencia del valor de radiación solar máximo diario.

Los resultados que ofrece la figura 5.2.6 confirman algunos puntos que se habían sugerido anteriormente al analizar los resultados del modelo en dos días puntuales:

- El modelo teórico corregido nunca comete errores superiores al 5 [%] en el cálculo de temperaturas. Este nivel de precisión se cumple en cualquier instante de funcionamiento del horno a lo largo del día y ante cualquier condición ambiental.
- El máximo error que comete el modelo teórico nunca se produce al calcular las temperaturas máximas de cada elemento. Por ejemplo, el error en el cálculo de la temperatura máxima de la placa ronda el 2 [%], mientras que el error máximo que se comete en dicha temperatura ronda el 4,5 [%]. Esto obedece a un comportamiento que se había observado anteriormente. El modelo teórico es más impreciso en momentos de fuerte calentamiento (salida del Sol) y fuerte enfriamiento (puesta de Sol). Sin embargo el error se reduce en las horas centrales del día que es cuando se alcanzan las temperaturas máximas en el horno

Por otra parte la figura 5.2.6 también permite comprobar que el modelo tiene un comportamiento estable a lo largo de los días. No se producen fluctuaciones fuertes en ninguno de los errores evaluados durante el transcurso de un mes.

No obstante puede sugerirse una ligera dependencia entre el valor de la radiación solar global máxima y los errores que comete el modelo. Parece reproducirse en todas las curvas un mismo patrón consistente en un mínimo alrededor del día 13 tras el que se sigue una tendencia creciente.

Se han buscado otros factores que puedan determinar las tendencias de los errores del modelo. Por ejemplo, en la figura 5.2.7 se han representado estos errores junto con los valores máximos de temperatura diarios de la placa de acumulación y del aire interior del horno sobre la placa.

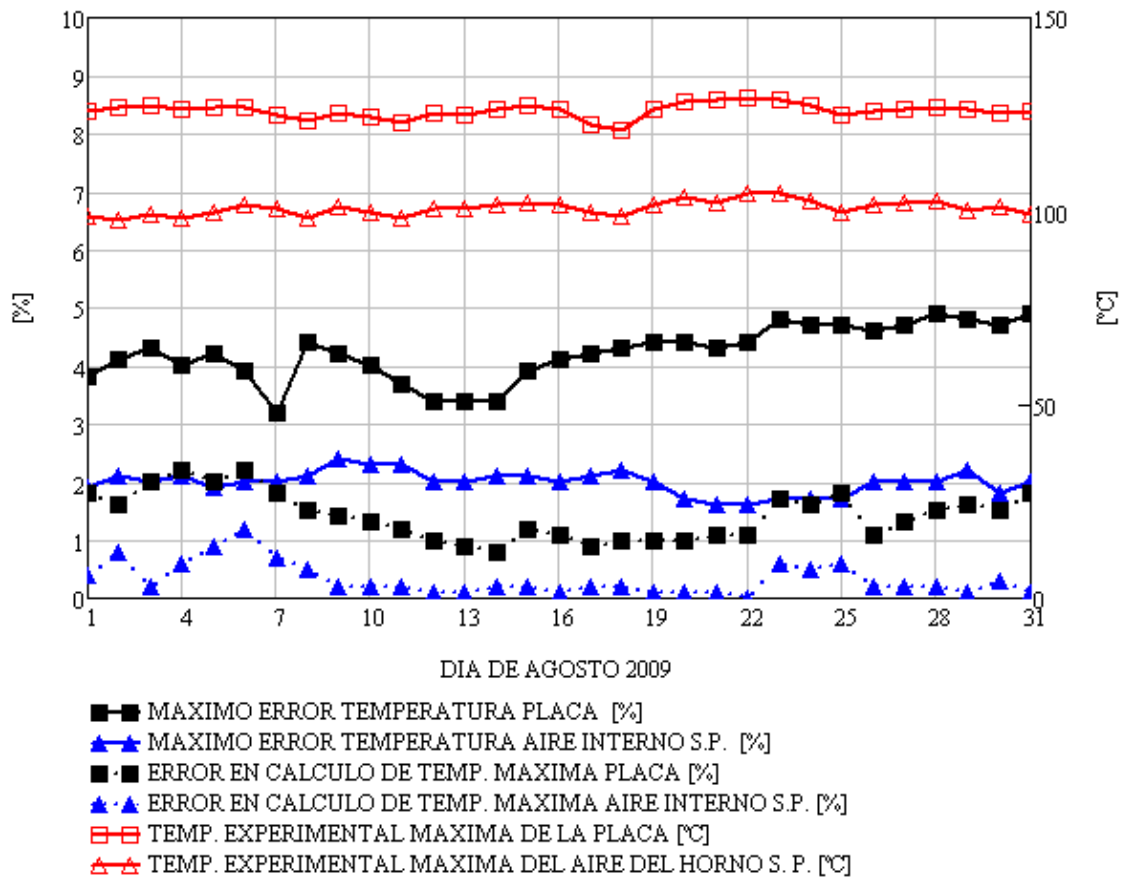


Figura 5.2.7 Resumen de resultados modelo teórico corregido aplicado al mes de agosto de 2009. Búsqueda de posible influencia del valor de temperaturas máximas diarias en el interior del horno solar.

De acuerdo con la figura 5.2.7 no parece haber relación directa entre las temperaturas máximas alcanzadas por el horno y el error cometido por el modelo teórico.

Tampoco se aprecia un comportamiento coordinado en los distintos errores que se han evaluado en las figuras 5.2.6 y 5.2.7. Cada uno de ellos presenta tendencias independientes entre sí. En cualquier caso el escaso nivel de fluctuación de los errores hace muy difícil identificar patrones de comportamiento que se puedan relacionar con factores ambientales o de cualquier otro tipo.

5.3 CONCLUSIONES

Una vez elaborada una primera versión de modelo teórico se puso a prueba comparando sus resultados con medidas experimentales reales. A partir de esto se pudo comprobar que el modelo teórico era capaz de predecir correctamente las tendencias de las temperaturas en cuanto a valores máximos locales y absolutos y comportamientos de crecimiento y decrecimiento. Como primera conclusión se estableció que el esquema de funcionamiento del modelo teórico era correcto y no necesitaba ninguna reforma. Por otra parte se puso de manifiesto que el modelo entregaba valores muy alejados de los valores experimentales, es decir el modelo no era preciso en sus resultados. Esto se acentuaba fuertemente en el intervalo de actividad solar que es el más significativo a la hora de caracterizar las prestaciones del horno solar. Para poner remedio a esta falta de precisión se decidió actuar sobre algunos parámetros físicos incluidos en el modelo y que podían ser erróneos o inexactos. Concretamente se llevó a cabo una campaña de medidas experimentales para determinar empíricamente una serie de resistencias térmicas que habían sido calculadas teóricamente a través de hipótesis que no se adaptaban a la realidad del horno solar. Se identificaron las resistencias térmicas problemáticas y se propusieron valores alternativos basados en este estudio empírico. El resultado fue lo que se ha denominado como “modelo teórico corregido”.

El modelo corregido ha demostrado no haber perdido la cualidad de su predecesor de ofrecer resultados cualitativamente correctos. Incluso se ha comprobado que el nuevo modelo se aproxima mejor al instante en que se producen los máximos absolutos de temperatura en la placa de acumulación. Por lo tanto los ajustes introducidos han servido para confirmar que el planteamiento del modelo es formalmente correcto.

Los ajustes que se han introducido en el nuevo modelo han tenido el efecto buscado en cuanto a la precisión de los resultados. Se ha conseguido disminuir drásticamente el error, hasta niveles siempre inferiores al 4 [%] en todo el rango de valores de las soluciones. Además este error presenta poca variación ante cualquier condición de la radiación solar: fluctuaciones, periodos de máxima intensidad o directamente en ausencia de ella.

Las comparaciones entre resultados del modelo y temperaturas experimentales han permitido identificar una serie de errores puntuales que se pueden comentar separadamente.

En primer lugar están los errores debidos a fenómenos físicos no contemplados en el planteamiento del modelo teórico. Las medidas experimentales han indicado un fenómeno por el que el horno solar tiende a entregar calor al ambiente en ausencia de radiación solar. Se ha propuesto como explicación que la placa de acumulación emite energía al ambiente mediante radiación. El error generado por este comportamiento anómalo permanece constante una vez que el horno llega a un equilibrio con el aire ambiente, y nunca supera el 2 [%].

Por último se ha detectado que el modelo corregido sufre imprecisiones en periodos prolongados de fuerte variación en la radiación solar. Esto ocurre típicamente en el amanecer y en la puesta de Sol. El valor de los errores cometidos por el modelo suele presentar máximos en las horas finales del día, donde se inicia la convergencia entre las temperaturas del horno con la del aire ambiente. Las medidas experimentales muestran un enfriamiento más amortiguado. No se ha podido determinar si este amortiguamiento se debe quizá a la acentuación del efecto invernadero durante las fases finales del enfriamiento, cosa que no se ha contemplado en el planteamiento del modelo. Otra explicación podría ser simplemente que un ajuste más fino en los valores de las resistencias térmicas permitiría reducir este error local sin desajustar la precisión en el resto del rango de datos. En cualquier caso, este fenómeno local genera tan sólo un leve error que no ha superado en ningún caso un valor máximo por encima del 5 [%].

Todas las incidencias anteriores generan errores generalmente locales y de escasa magnitud. Nunca afectan a los valores máximos de temperaturas, que son los más significativos para determinar las prestaciones del horno solar. Por todo ello se ha considerado innecesario intervenir en el modelo para cancelar estos errores.

Tras tener en consideración todo lo anterior, se puede decir que el ajuste de resistencias sobre el modelo inicial ha tenido éxito y el resultado es un modelo que ofrece resultados precisos y fiables sobre el funcionamiento del horno solar ante cualquier condición de funcionamiento.

CAPÍTULO 6

FUNCIONAMIENTO EN NICARAGUA Y EN OTROS PAÍSES

6.1 Managua (Nicaragua)

6.2 Rivas (Nicaragua)

6.3 Nueva Delhi (India)

6.4 La Paz (Bolivia)

6.5 Addis Abeba (Etiopía)

CAPÍTULO 6: FUNCIONAMIENTO EN NICARAGUA Y OTROS PAISES

En apartados anteriores se ha desarrollado una herramienta de cálculo que permite predecir el funcionamiento del horno solar ante cualquier condición ambiental. En este capítulo se pondrá en funcionamiento esta herramienta para comprobar cómo funcionaría el horno en distintos lugares del mundo. Entre los lugares elegidos hay varios localizados en Nicaragua, debido a la especial relación de este trabajo con aquél país, pero se han buscado otras ubicaciones en países en vías de desarrollo donde el horno solar podría ser útil.

Los datos ambientales que se han utilizado son los siguientes:

- Radiación solar. En cada localización se dispone de la radiación solar global cada hora a lo largo de un año. Cada dato es la media del valor de radiación de un periodo de 10 años.
- Temperatura ambiente. En cada localización se dispone de este valor para cada hora a lo largo de un año. Al igual que la radiación, cada dato es la media de ese valor a lo largo de 10 años.

6.1 MANAGUA (NICARAGUA)



Figura 6.1.1

Managua es la capital de Nicaragua, el país con el que la Universidad Carlos III ha venido trabajando en cuanto a la implantación de energías renovables y eficiencia energética. Es también un lugar donde se puede considerar útil un estudio de viabilidad de un horno solar, como recurso para comunidades con dificultades para el acceso a las energías convencionales.

Vamos a utilizar el modelo teórico corregido para calcular el funcionamiento del horno en condiciones ambientales típicas de Nicaragua. Para ello se han utilizado datos de radiación solar global y temperatura ambiente correspondientes a las ciudades de Managua y Rivas. Estos datos tienen frecuencia horaria y cubren un año completamente.

Las características ambientales que afectan al funcionamiento del horno en Managua son las siguientes:

- Localización geográfica:

La ciudad de Managua se encuentra a latitud 12° NORTE, es decir, cerca del ecuador en comparación con la latitud de Madrid ($40,4^{\circ}$ NORTE). Esto hace que en Managua se note menos variación en la intensidad solar a lo largo del año. Es decir, la cantidad diaria de horas de sol varía menos que en Madrid a lo largo del año. La consecuencia es que las temperaturas tiendan a ser uniformes durante todo el año. La cercanía del océano y la escasa altitud también favorecen este efecto.

- Régimen de lluvias:

Existe un periodo de lluvias que se extiende de mayo a diciembre. Durante esta época es muy difícil encontrar un día completamente soleado, en el mejor de los casos hay alternancia de nubes y claros. El total de precipitaciones ronda los 2000 mm anuales, que es una cifra muy elevada si la comparamos a los 400 mm anuales que se suelen recoger en Madrid. En cambio el periodo comprendido entre los meses de enero a mayo es muy seco y apenas se producen precipitaciones aunque la presencia de nubes es habitual.

- Temperaturas:

La ciudad de Managua se encuentra cerca del mar y a muy poca altitud. Todo esto, junto con su relativa cercanía con el ecuador, hace que las temperaturas sean muy constantes tanto a lo largo del año como durante el transcurso del día. El rango de temperaturas suele mantenerse diariamente entre máximas de 30 [°C] y mínimas de [20°C]. En invierno se nota sólo un ligero descenso en esos valores.

En primer lugar estudiaremos un día completamente soleado de la estación seca. Es de esperar valores elevados de la temperatura del horno aunque los valores de radiación solar no son los más altos del año.

Tabla 6.1.1	
Fecha	20 de Marzo
Rango horario medición	0:00 h – 23:00 h local Managua
Condiciones meteorológicas	Cielo casi despejado
Irradiación solar global máxima registrada	1.004,8 W/m ² 12:07 hora local Managua
Temperatura ambiente máxima registrada	33,7 °C 13:08 hora local Managua
Temperatura ambiente mínima registrada	24,2 °C 04:44 hora local Managua
Temperatura placa acumulación máxima registrada	136,0 °C 12:24 hora local Mangua
Temperatura aire interior máxima registrada	107,6 °C 12:34 hora local Mangua

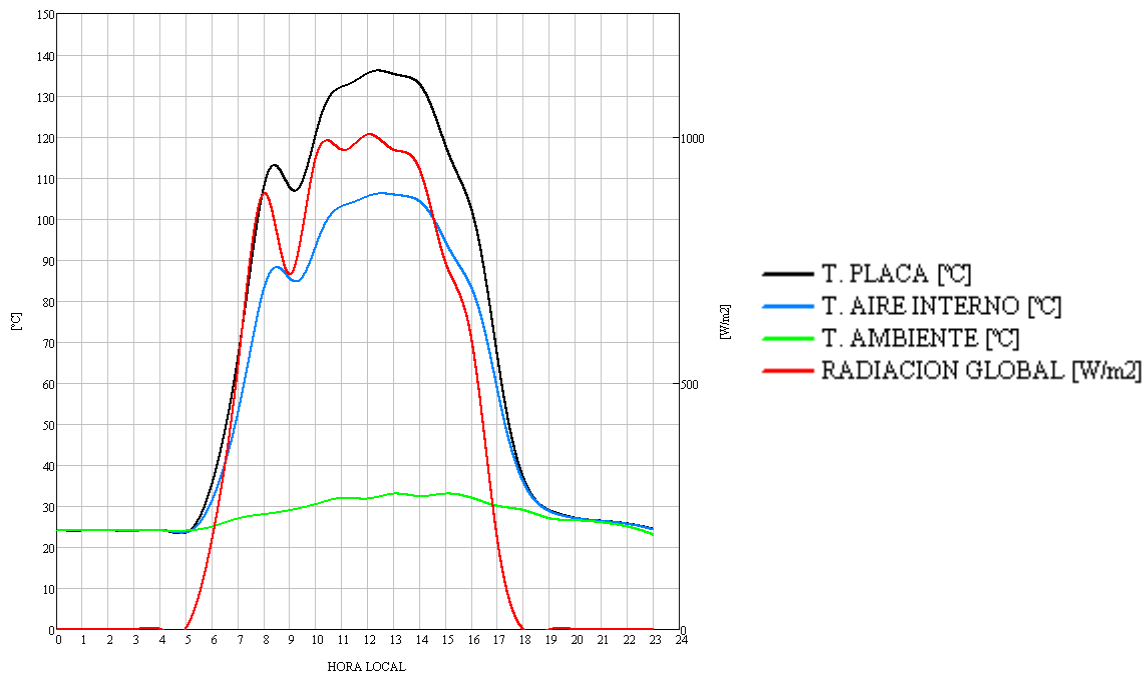


Figura 6.1.2

Durante la estación seca es más fácil encontrar días soleados, mientras que las oscilaciones de las temperaturas del horno por efecto de las nubes es muy

típico durante toda la estación seca. Sin embargo la temperatura ambiental es elevada y la radiación solar es potente. Esto permite que sea habitual que la temperatura del aire del horno se mantenga por encima de los 100 [°C] durante 4 – 5 horas. En estas condiciones el horno se puede considerar viable.

La tabla muestra las condiciones ambientales de un día de la época de lluvias. En este periodo es habitual que la nubosidad impida la llegada de radiación solar directa, de forma que la radiación difusa pasa a ser un aporte energético más significativo para el horno solar.

Tabla 6.1.2	
Fecha	16 de Julio
Rango horario medición	0:00 h – 23:00 h local Managua
Condiciones meteorológicas	Cielo nublado
Irradiación solar global máxima registrada	908,3 W/m ² 12:57 hora local Managua
Temperatura ambiente máxima registrada	29,2 °C 09:12 hora local Managua
Temperatura ambiente mínima registrada	23,9 °C 04:46 hora local Managua
Temperatura placa acumulación máxima registrada	116,8 °C 13:14 hora local Mangua
Temperatura aire interior máxima registrada	92,1 °C 13:13 hora local Mangua

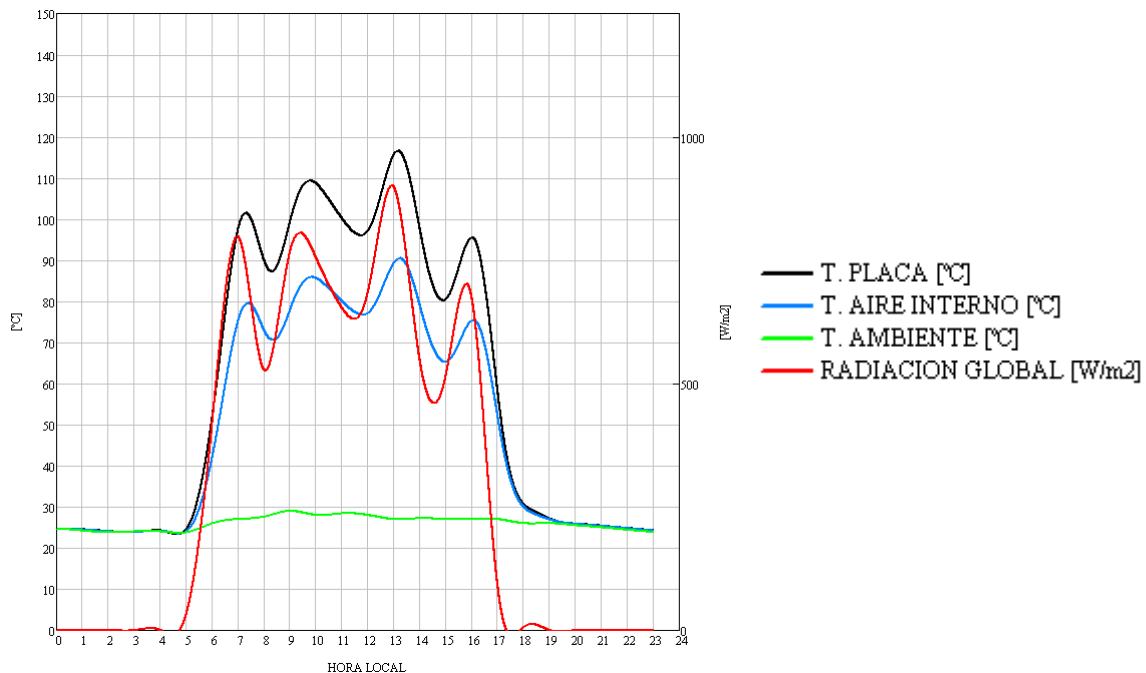


Figura 6.1.3

En la figura 6.1.3 se puede ver la fuerte variación que sufre la radiación solar global, por efecto del paso de las nubes. La temperatura de aire del horno consigue elevarse durante las horas de luz, y se mueve en un rango de valores entre los 65 y los 90 [°C]. Este es el mayor rendimiento que puede ofrecer el horno solar en la zona de Nicaragua entre los meses de mayo y diciembre. En

estas condiciones el aparato se encuentra en el umbral de resultar realmente útil.

6.2 RIVAS (NICARAGUA)



Figura 6.2.1

Rivas es una localidad situada en el suroeste de Nicaragua. Se va a estudiar esta localidad para ampliar los resultados de Managua de forma que se pueda tener una idea más completa del conjunto de Nicaragua.

Se ha podido comprobar que las condiciones climatológicas son similares a las de Managua. Por lo tanto se profundizará en el estudio de las condiciones ambientales típicas de aquél país.

La tabla 6.2.1 muestran los datos de un día de verano, perteneciente a la época de lluvias, pero que ha sido escogido por tener niveles especialmente altos de radiación solar.

Tabla 6.2.1	
Fecha	14 de Julio
Rango horario medición	0:00 h – 23:00 h local Managua
Condiciones meteorológicas	Intervalos de nubes y claros
Irradiación solar global máxima registrada	924,5 W/m ² 11:17 hora local Managua
Temperatura ambiente máxima registrada	29,2 °C 13:11 hora local Managua
Temperatura ambiente mínima registrada	23,5 °C 01:25 hora local Managua
Temperatura placa acumulación máxima registrada	126,1 °C 11:32 hora local Managua
Temperatura aire interior máxima registrada	97,7 °C 11:36 hora local Mangua

La figura 6.2.1 muestra otro ejemplo de funcionamiento del horno en un día favorable dentro de la época de lluvias. La temperatura del aire del horno, que alcanza casi los 100 [°C] resulta suficiente para que el horno se pueda utilizar.

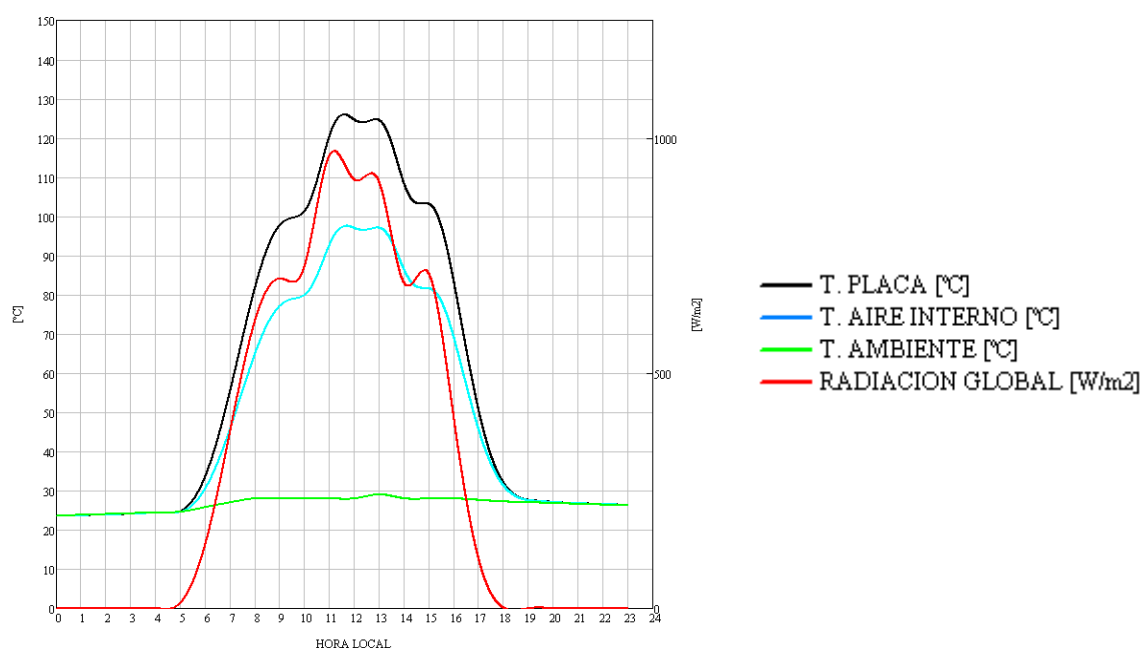


Figura 6.2.1

La tabla 6.2.2 muestra los datos de un día de la época de lluvias. Esta vez en invierno donde cabe esperar solamente un ligero descenso de las prestaciones del horno ya que el bajo valor de la latitud de la zona hace que haya pocas variaciones entre la energía solar disponible en verano e invierno.

Tabla 6.2.2	
Fecha	21 de Diciembre
Rango horario medición	0:00 h – 23:00 h local Managua
Condiciones meteorológicas	Intervalos de nubes y claros
Irradiación solar global máxima registrada	863,2 W/m ² 10:08 hora local Managua
Temperatura ambiente máxima registrada	30,2 °C 14:01 hora local Managua
Temperatura ambiente mínima registrada	24,2 °C 04:57 hora local Managua
Temperatura placa acumulación máxima registrada	115,3 °C 10:28 hora local Managua
Temperatura aire interior máxima registrada	91,0 °C 10:33 hora local Managua

Efectivamente se comprueba que el rendimiento del horno es uniforme durante toda la época de lluvias, independientemente de tratarse de verano o invierno. La temperatura ambiente es prácticamente uniforme en todo el periodo, las horas de Sol apenas se reducen en invierno y la intensidad de la radiación solar se ve siempre mermada por la presencia de nubes.

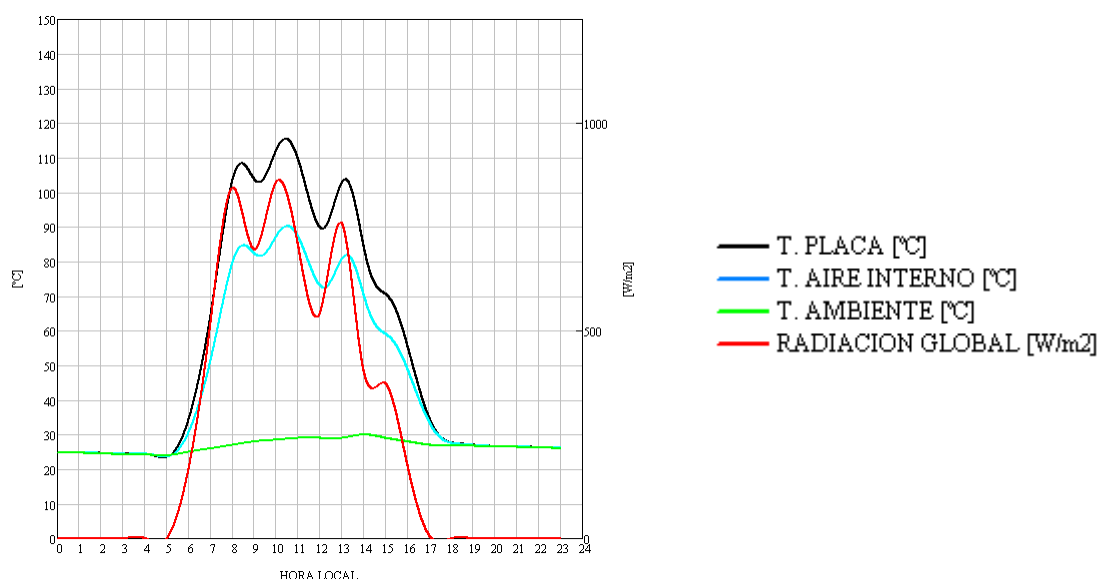


Figura 6.2.2

Por último se va a estudiar un día tipo del periodo de lluvias, esto es, un día completamente nublado durante todas las horas de luz solar. En estas condiciones no existe radiación solar directa y el horno recibe solamente radiación difusa.

Tabla 6.2.3	
Fecha	21 de octubre
Rango horario medición	0:00 h – 23:00 h local Managua
Condiciones meteorológicas	Lluvia
Irradiación solar global máxima registrada	541,3 W/m ² 12:22 hora local Managua
Temperatura ambiente máxima registrada	28,1 °C 14:36 hora local Managua
Temperatura ambiente mínima registrada	25,8 °C 16:08 hora local Managua
Temperatura placa acumulación máxima registrada	82,2 °C 11:48 hora local Managua
Temperatura aire interior máxima registrada	66,2 °C 11:50 hora local Mangua

La figura 6.2.3 muestra el comportamiento del horno en condiciones de lluvia continua a lo largo de un día completo. Hay que destacar que el horno consigue almacenar energía, a pesar de no existir radiación solar directa. Sin embargo el aire en el interior del horno solamente se eleva hasta los 66,2 [°C] en el mejor de los casos. El horno en estas condiciones no resulta operativo.

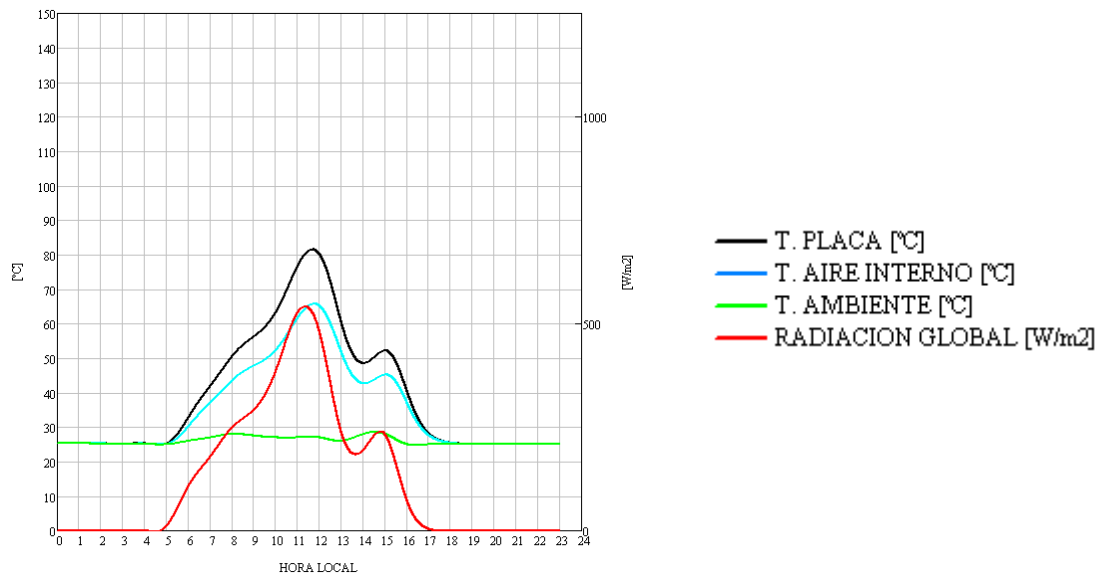


Figura 6.2.3

En resumen, en Nicaragua el horno solar puede ser de utilidad en la mayor parte de la época seca, de enero a mayo. En cambio, en la época de lluvias, que ocupa el resto del año, el horno en general no es capaz de acumular suficiente energía como para ser utilizado.

6.3 NUEVA DELHI (INDIA)

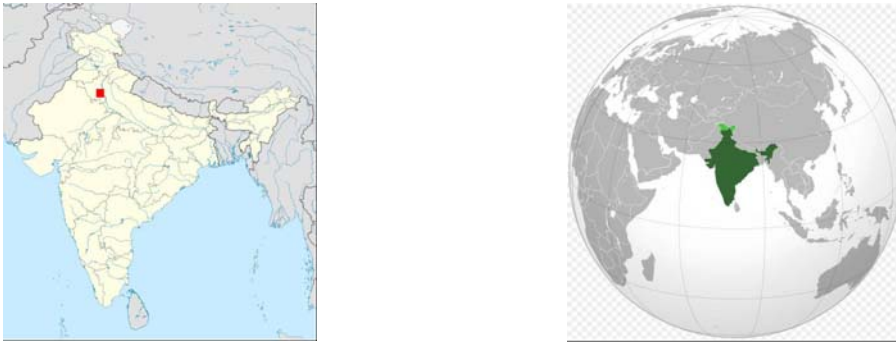


Figura 6.3.1

La India es un país en vías de desarrollo en donde un horno solar puede ser de utilidad.

Se va a llevar a cabo una primera aproximación al rendimiento del horno solar en la India a través de los datos de radiación solar y temperatura de Nueva Delhi.

Los factores ambientales generales que influyen en el funcionamiento del horno solar son las siguientes:

- Localización geográfica:

Nueva Delhi se encuentra en latitud 28,7° NORTE, esto es en las cercanías del trópico de Cáncer. Esta situación implica menores variaciones estacionales de las horas de sol diarias y en la magnitud de la radiación solar. El régimen de temperaturas es cálido en general, esto se ve potenciado con la escasa altitud (tan sólo 215 m sobre el nivel del mar) y con la lejanía del mar. El resultado son veranos muy calurosos e inviernos suaves.

- Régimen de lluvias:

En Nueva Delhi el régimen de lluvia se rige por un ciclo monzónico. La época de lluvias se extiende desde junio hasta octubre, el resto del año es bastante seco. El total de precipitaciones anuales ronda los 526 mm, poco más del valor anual de Madrid.

A continuación se estudiará el funcionamiento del horno solar en condiciones ambientales típicas de Nueva Delhi.

En primer lugar se analizará un día de verano en condiciones de cielo despejado. Esta no es la situación habitual porque el verano pertenece a la época de lluvias pero se considera que se trata de unas condiciones significativas por marcar el momento de máxima potencia del horno.

Tabla 6.3.1	
Fecha	05 de julio 2001
Rango horario medición	0:00 h – 23:00 h local N. Delhi
Condiciones meteorológicas	Cielo despejado
Irradiación solar global máxima registrada	992,1 W/m ² 14:06 hora local N. Delhi
Temperatura ambiente máxima registrada	38,3 °C 14:51 hora local N. Delhi
Temperatura ambiente mínima registrada	26,6 °C 04:11 hora local N. Delhi
Temperatura placa acumulación máxima registrada	141,5 °C 14:22 hora local N. Delhi
Temperatura aire interior máxima registrada	112,0 °C 14:29 hora local N. Delhi

La figura 6.3.2 muestra valores elevados de las temperaturas en el horno. Se alcanzan temperaturas que en ningún caso se han registrado en las mediciones experimentales en Madrid, el motivo es simplemente que en Nueva Delhi hay valores muy superiores de radiación solar y temperatura ambiente. Sin embargo, no es habitual que existan estas condiciones ambientales tan favorables, los meses de verano están incluidos dentro del periodo de lluvias por lo que el Sol suele estar cubierto por las nubes.

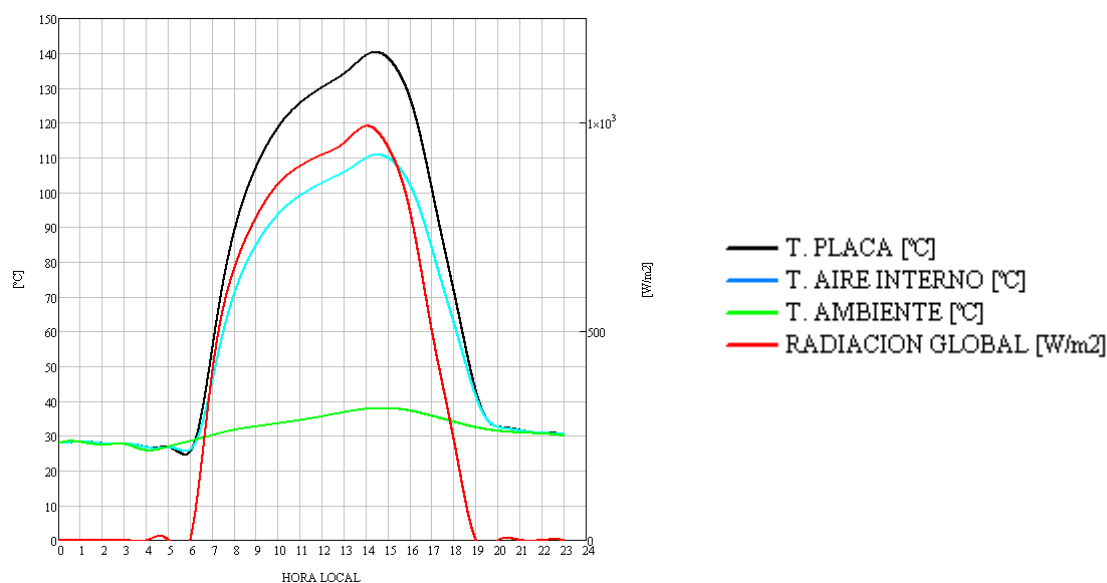


Figura 6.3.2

La tabla 6.3.2 muestra los datos ambientales de un día de invierno con cielo despejado. Es la condición habitual en esa época del año debido a que el periodo de lluvias finaliza en octubre.

Tabla 6.3.2	
Fecha	17 de diciembre
Rango horario medición	0:00 h – 23:00 h local N. Delhi
Condiciones meteorológicas	Cielo despejado
Irradiación solar global máxima registrada	806,7 W/m ² 12:52 hora local N. Delhi
Temperatura ambiente máxima registrada	24,4 °C 13:47 hora local N. Delhi
Temperatura ambiente mínima registrada	8,5 °C 02:48 hora local N. Delhi
Temperatura placa acumulación máxima registrada	105,3 °C 13:12 hora local N. Delhi
Temperatura aire interior máxima registrada	82,4 °C 13:07 hora local N. Delhi

La figura 6.3.3 muestra que las prestaciones del horno se han disminuido con respecto a un día despejado de verano. A pesar de todo se siguen alcanzando temperaturas que hacen que el horno pueda ser viable para preparar alimentos.

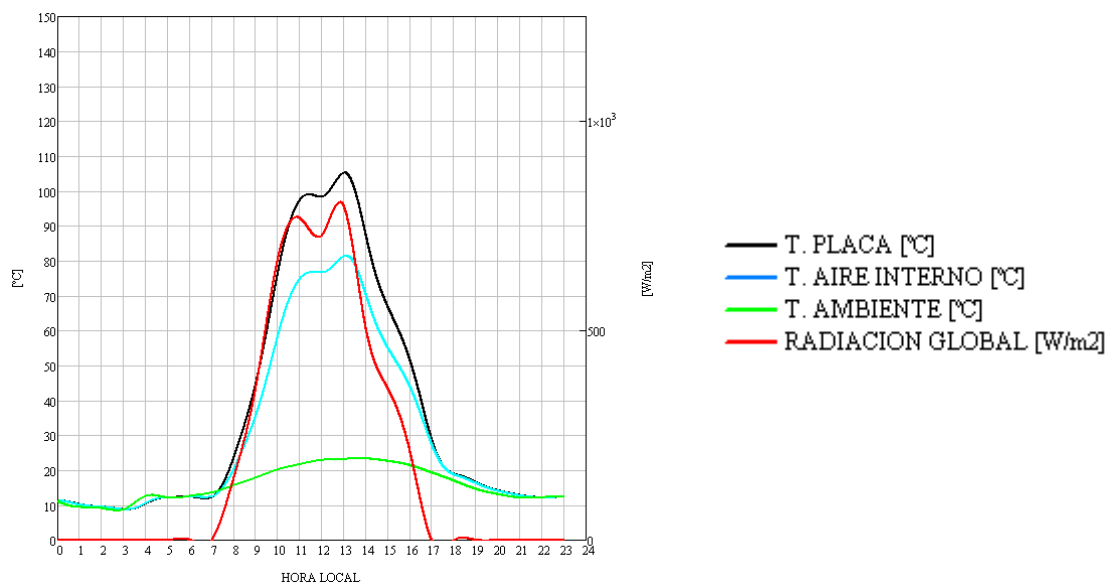


Figura 6.3.3

Por último, la tabla 6.3.3 presenta los datos de un día típico del periodo de lluvias, es decir con bajos niveles de radiación solar por acción de las nubes.

Tabla 6.3.3	
Fecha	08 de agosto
Rango horario medición	0:00 h – 23:00 h local N. Delhi
Condiciones meteorológicas	Lluvia
Irradiación solar global máxima registrada	870,8 W/m ² 08:36 hora local N. Delhi
Temperatura ambiente máxima registrada	36,2 °C 09:41 hora local N. Delhi
Temperatura ambiente mínima registrada	28,7 °C 04:24 hora local N. Delhi
Temperatura placa acumulación máxima registrada	122,1 °C 09:01 hora local N. Delhi
Temperatura aire interior máxima registrada	96,2 °C 09:07 hora local N. Delhi

Los resultados muestran que el horno tiene dificultades para alcanzar temperaturas que le permitan ser operativo. Sólo los momentos en que se abren claros a lo largo del día aparecen picos de temperatura más elevada, pero como se muestra en la figura 6.3.4 éstos son aislados y no dan continuidad a una temperatura suficientemente alta.

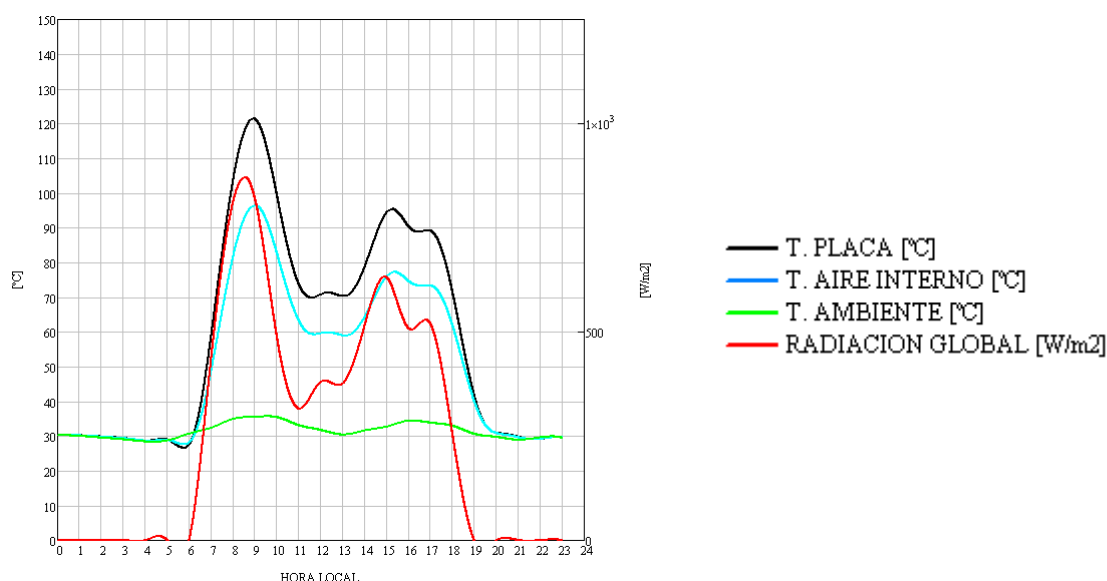


Figura 6.3.4

En resumen, el horno resulta viable durante el periodo seco del año, que abarca 7 – 8 meses. Durante la época de lluvias el horno sólo puede resultar útil en días puntuales en los que el cielo esté despejado. Desafortunadamente, la época de lluvias coincide con el periodo del año en que la radiación solar es más elevada por lo que las mejores condiciones ambientales suelen perderse por efecto de las nubes.

6.4 LA PAZ (BOLIVIA)

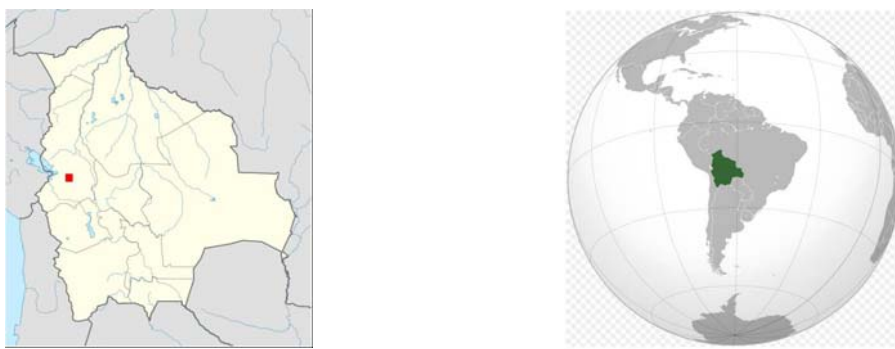


Figura 6.4.1

La Paz es una de las principales ciudades de Bolivia. Se encuentra ubicada en el hemisferio sur, lo cual es una novedad en este trabajo. Además está en una zona montañosa de gran altitud, lo cual es un factor que puede ser relevante en cuanto a la intensidad de radiación solar.

Los principales factores ambientales de La Paz que afectan al funcionamiento solar son los siguientes:

- Localización geográfica.

La Paz está situada en el hemisferio sur, concretamente a 16,5° SUR. No se encuentra demasiado alejada del ecuador por lo que las condiciones de radiación solar no sufren demasiados cambios a lo largo del año. La principal característica de estar en el hemisferio sur es que el ciclo solar funciona a la inversa que en hemisferio norte. El día más largo del año es el 21 de diciembre y el día más corto el 21 de junio. El verano se sitúa en los meses de diciembre, enero, febrero y marzo. El invierno en junio, julio, agosto y septiembre. Son los llamados invierno austral y verano austral. Otro factor importante es la altitud, La Paz se encuentra en una zona montañosa a 3.650 m sobre el nivel del mar. Esto hace que la zona tenga un clima montañoso con temperaturas bajas en invierno y suaves en verano. Además la altitud normalmente debe favorecer una alta radiación solar, debido a que los rayos solares atraviesan menos capas de la atmósfera. El resultado debe ser que hay mayor cantidad de radiación directa y menor cantidad de radiación difusa.

- Régimen de lluvias.

La Paz suele registrar una media de 600 mm de precipitaciones anuales, que es un valor algo superior al valor anual registrado en Madrid (400 mm). Esto puede darnos una idea de la cantidad de días nublados en La Paz. Las lluvias se concentran en el verano austral en donde los días de niebla son muy frecuentes. En cambio, entre los meses de marzo y octubre es habitual que haya días soleados.

En primer lugar vamos a estudiar un día típico del invierno austral. La radiación solar es la mínima del año pero se trata del periodo seco, en donde los días soleados son frecuentes.

Tabla 6.4.1	
Fecha	11 de julio 2001
Rango horario medición	0:00 h – 23:00 h local La Paz
Condiciones meteorológicas	Cielo despejado
Irradiación solar global máxima registrada	1.079,8 W/m ² 11:58 hora local La Paz
Temperatura ambiente máxima registrada	13,6 °C 17:32 hora local La Paz
Temperatura ambiente mínima registrada	-3,6 °C 05:44 hora local La Paz
Temperatura placa acumulación máxima registrada	124,2 °C 12:39 hora local La Paz
Temperatura aire interior máxima registrada	91,1 °C 13:14 hora local La Paz

El día es completamente soleado, como se puede apreciar por la evolución de la radiación solar global. Sin embargo nos encontramos en el invierno austral, cerca del solsticio por lo que la radiación solar es la más baja de todo el año. En estas condiciones la temperatura del aire interior ronda los 90 [°C], por lo que se puede considerar que el horno es operativo.

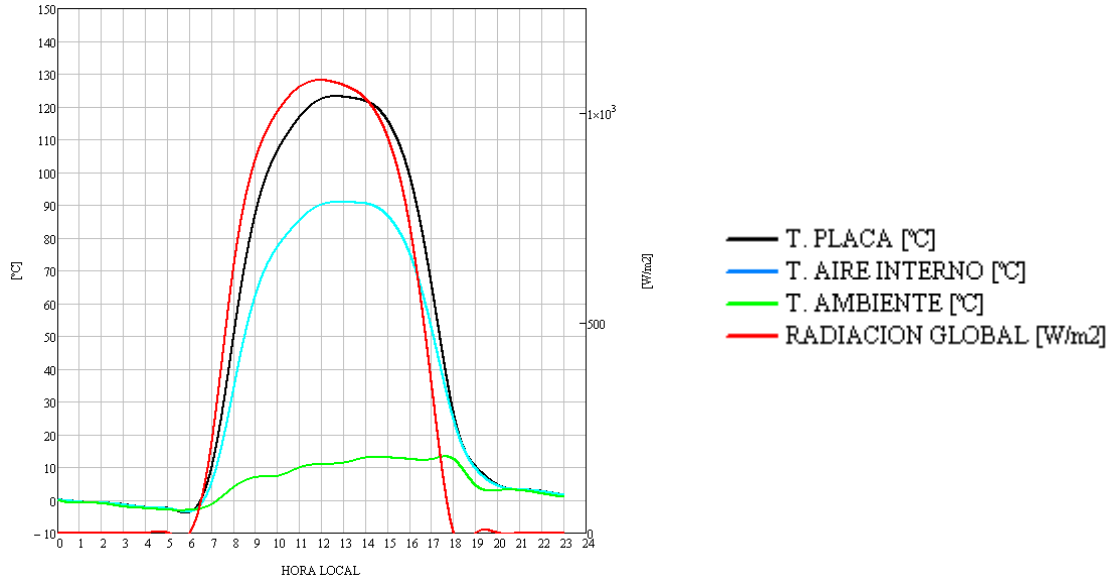


Figura 6.4.2

A continuación vamos a estudiar un día del verano austral en condiciones de cielo despejado. En esta época del año se dan los valores máximos de radiación solar, es decir que se trata de un día en el que el horno solar va a funcionar al máximo de sus posibilidades.

Tabla 6.4.2	
Fecha	19 de diciembre 2001
Rango horario medición	0:00 h – 23:00 h local La Paz
Condiciones meteorológicas	Cielo despejado
Irradiación solar global máxima registrada	1.203,4 W/m ² 12:06 hora local La Paz
Temperatura ambiente máxima registrada	19,9 °C 14:21 hora local La Paz
Temperatura ambiente mínima registrada	3,5 °C 04:42 hora local La Paz
Temperatura placa acumulación máxima registrada	143,2 °C 13:09 hora local La Paz
Temperatura aire interior máxima registrada	107,3 °C 13:26 hora local La Paz

Los datos representados en la Figura 6.4.3 caracterizan el funcionamiento del horno en un día cercano al 21 de diciembre, que es el más largo del año en el hemisferio sur, por tanto con mayor radiación solar. El horno solar alcanza valores muy superiores a los calculados para el invierno austral. El aire interior del horno supera ampliamente la barrera de los 100 [°C] lo cual supone un comportamiento muy adecuado para la preparación de alimentos.

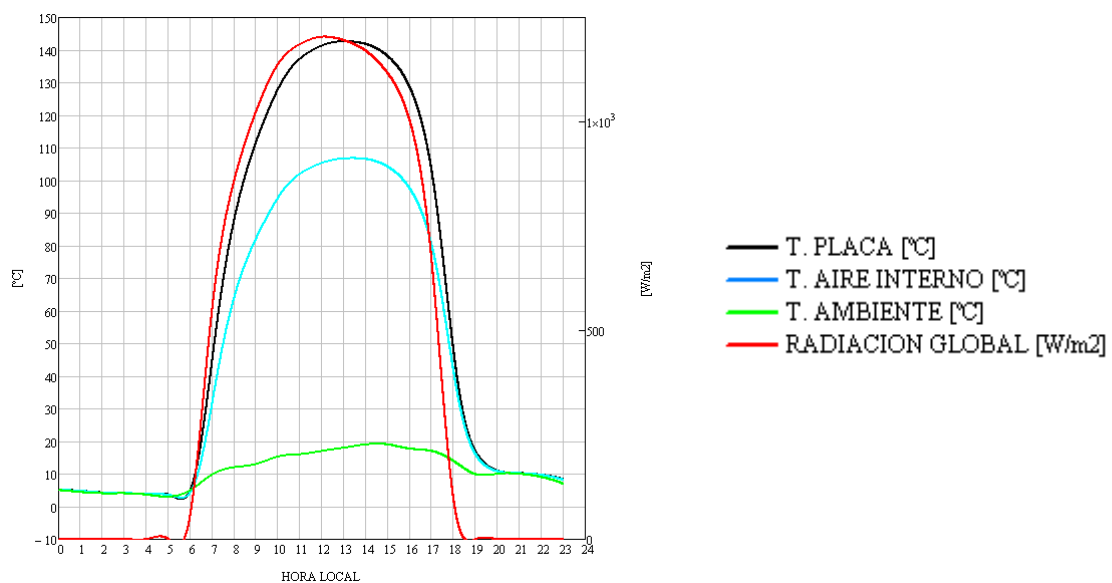


Figura 6.4.3

Por último vamos a estudiar el verano austral en un día de lluvia y niebla. La niebla es muy habitual en el periodo de lluvias y es interesante comprobar si el horno solar puede trabajar en estas condiciones.

Tabla 6.4.3	
Fecha	15 de marzo 2001
Rango horario medición	0:00 h – 23:00 h local La Paz
Condiciones meteorológicas	Niebla y lluvia.
Irradiación solar global máxima registrada	398,4 W/m ² 12:16 hora local La Paz
Temperatura ambiente máxima registrada	11,6 °C 16:19 hora local La Paz
Temperatura ambiente mínima registrada	4,8 °C 06:27 hora local La Paz
Temperatura placa acumulación máxima registrada	49,7 °C 13:21 hora local La Paz
Temperatura aire interior máxima registrada	37,2 °C 13:32 hora local La Paz

La figura 6.4.4 muestra que a lo largo del día la radiación solar se ve muy mermada por acción de la niebla y la nubosidad. De hecho no existe radiación solar directa, toda la energía que llega al horno procede de la radiación solar difusa. En estas condiciones el horno solar también funciona, lo cual queda de manifiesto por el incremento de su temperatura interna con respecto a la temperatura ambiente. Sin embargo, la temperatura alcanzada por el aire interior no llega a los 40 [°C], un valor que resulta insuficiente para que el horno sea operativo.

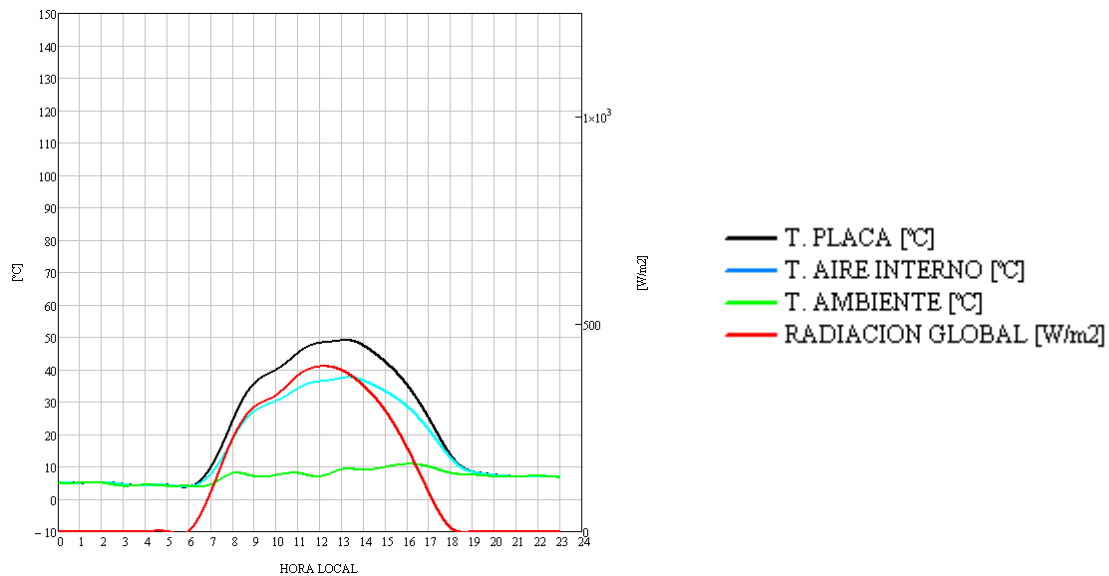


Figura 6.4.4

En una localización como La Paz se puede decir que el horno solar resulta viable siempre que el día esté despejado, independientemente de la época del año. El problema es que durante 5 meses al año es muy habitual que los cielos

estén completamente cubiertos o que haya niebla. En estas condiciones el horno solar no tiene capacidad de ser operativo.

6.5 ADDIS ABEBA (ETIOPÍA)



Figura 6.5.1

Se ha considerado relevante estudiar el funcionamiento del horno solar en el continente africano, concretamente en Etiopía por tratarse de un país paradigmático de las dificultades socioeconómicas de África.

Se va a llevar a cabo una primera aproximación al rendimiento del horno solar en Etiopía a través de los datos de radiación solar y temperatura de su capital, Addis Abeba.

Los factores ambientales generales que influyen en el funcionamiento del horno solar son las siguientes:

- Localización geográfica:

Addis Abeba se encuentra en latitud 9,3° NORTE, es decir, en una zona muy cercana al ecuador. Esta situación implica menores variaciones estacionales de las horas de sol diarias y en la magnitud de la radiación solar. El régimen de temperaturas es suave en general debido a que la cercanía al ecuador, que promueve temperaturas elevadas a lo largo de todo el año, se compensa con la altitud de 2.500 msnm en la que se emplaza la ciudad.

- Régimen de lluvias:

Addis Abeba suele registrar una media de 1.200 mm de precipitaciones anuales, un valor que triplica el registro típico de precipitaciones en Madrid (400 mm). Las lluvias se concentran en el verano, entre los meses de mayo y septiembre. El resto del año las precipitaciones son escasas y abundan los días con cielo despejado.

A continuación se estudiará el funcionamiento del horno solar en condiciones ambientales típicas de Addis Abeba.

En primer lugar se analizará un día de verano en condiciones de cielo despejado. Esta no es la situación habitual porque el verano pertenece a la época más lluviosa pero se considera que se trata de unas condiciones significativas por marcar el momento de máxima potencia del horno.

Tabla 6.5.1	
Fecha	29 de Julio
Rango horario medición	0:00 h–23:00 h local Addis Abeba
Condiciones meteorológicas	Intervalos de nubes
Irradiación solar global máxima registrada	1.046,6 W/m ² hora local Addis Abeba
Temperatura ambiente máxima registrada	18,5 °C 11:21 hora local Addis Abeba
Temperatura ambiente mínima registrada	12,2 °C 4:58 hora local Addis Abeba
Temperatura placa acumulación máxima registrada	109,7 °C 11:22 hora local Addis Abeba
Temperatura aire interior máxima registrada	88,9 °C 11:25 hora local Addis Abeba

La figura 6.5.2 muestra que no se alcanzan valores elevados de temperatura en el horno. El motivo es que la radiación no es demasiado potente, se alcanzan valores pico de radiación altos tal como es de esperar de la cercanía al ecuador del emplazamiento, sin embargo, la frecuente presencia de nubes en esta época del año impide la llegada de dicha radiación de forma continuada. Además la temperatura ambiente es muy suave. En general, durante el verano en Addis Abeba las condiciones ambientales de radiación solar y temperatura ambiente hacen que el horno solar no ofrezca unas prestaciones interesantes.

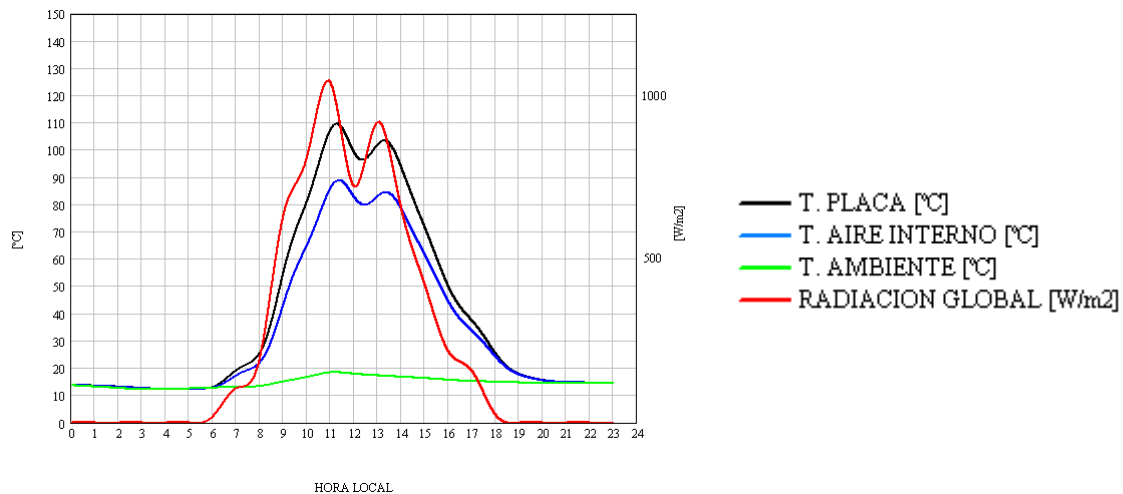


Figura 6.5.2

La tabla 6.5.2 muestra los datos ambientales de un día de invierno con cielo despejado. Es la condición habitual en esa época del año debido a que el periodo de lluvias finaliza en octubre.

Tabla 6.5.2	
Fecha	
Rango horario medición	0:00 h–23:00 h local Addis Abeba
Condiciones meteorológicas	Soleado, nubes ocasionales
Irradiación solar global máxima registrada	1.477,2 W/m ² 12:33 hora local Addis Abeba
Temperatura ambiente máxima registrada	20,0 °C 13:56 hora local Addis Abeba
Temperatura ambiente mínima registrada	6,9 °C 05:03 hora local Addis Abeba
Temperatura placa acumulación máxima registrada	154,7 °C 12:48 hora local Addis Abeba
Temperatura aire interior máxima registrada	124,5 °C 12:56 hora local Addis Abeba

La figura 6.5.3 presenta las mejores prestaciones del horno solar que se han visto hasta ahora en cualquiera de los emplazamientos en los que se ha simulado su funcionamiento. De hecho se superan el valor límite de 150 [°C] que se había previsto para representar la temperatura máxima de la placa de acumulación. Se ha decidido conservar el límite de temperatura de 150 [°C] en la representación gráfica para comparar más fácilmente los resultados que se presentan en este capítulo. Las temperaturas del horno alcanzan valores muy superiores en Addis Abeba debido a su cercanía al ecuador. Esto garantiza los valores de radiación solar más altos del mundo, en condiciones de cielo despejado. También en invierno, puesto que la radiación solar varía muy poco respecto al verano. Por otra parte la altitud de Addis Abeba hace que la temperatura ambiente sea suave lo cual contribuye a que las temperaturas en el horno no se disparen aún más.

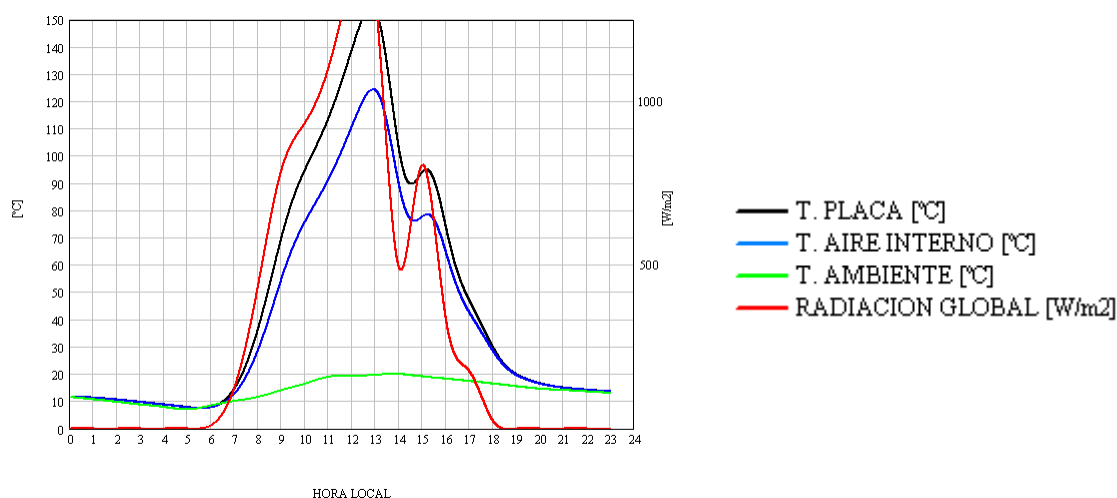


Figura 6.5.3

En resumen, el horno solar alcanza prestaciones muy altas en Addis Abeba siempre que el cielo esté despejado. Desafortunadamente la época de lluvias es prolongada, 5 meses desde mayo a septiembre. En ella la nubosidad y las brumas son muy frecuentes y es poco habitual encontrar un día suficientemente despejado como para que el horno solar sea operativo. El resto del año el horno solar ofrece un comportamiento muy satisfactorio para las aplicaciones que se sugieren para él, como la preparación de alimentos, la desinfección de agua y la pasteurización de leche.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES

CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES

El presente trabajo consiste en un estudio teórico y experimental de una instalación solar térmica. La parte teórica del estudio sirve para aplicar los conocimientos adquiridos durante la carrera de Ingeniería Industrial. Las principales disciplinas puestas en práctica han sido termodinámica, ingeniería térmica y cálculo numérico. La parte experimental sirve para dar un significado práctico a los conocimientos mencionados anteriormente. También para comprobar la validez de las conclusiones que se han extraído del estudio teórico.

La instalación elegida es una cocina solar, se ha elegido este tipo de aparatos por los siguientes motivos. Contribuir a la colaboración entre la UCIIM y varias universidades de Nicaragua para el fomento de las energías renovables en aquél país como medio de desarrollo económico y social. Se trata de una instalación relativamente sencilla. Esto permite construirla físicamente de forma que el estudio experimental puede incluir las fases de diseño y construcción. Una vez construido el aparato se puede hacer a la vez un estudio teórico y también experimental. De esta forma las dos vertientes del estudio se ven enriquecidas y complementadas.

En primer lugar se llevó a cabo el diseño de una cocina solar. Los objetivos de esta fase eran:

- Establecer requerimientos.
- Determinar el tipo de cocina solar.
- Dimensionar el aparato.
- Elección de materiales.

El resultado de esta fase del proyecto fue un diseño para un horno solar de acumulación. Esta opción cumplía todos los requerimientos establecidos, robustez, facilidad de transporte y facilidad de obtención de datos experimentales. Además se puede construir con materiales baratos y fáciles de conseguir y manipular.

El horno solar de acumulación se construyó de acuerdo con el diseño, tras su finalización se comprobó que cumplía con los requerimientos básicos de diseño. El único inconveniente no esperado es que el horno resultaba demasiado pesado para ser cambiado de lugar por una sola persona.

Uno de los requerimientos de la cocina solar era que debía ser sencillo obtener datos experimentales para caracterizar su funcionamiento. La siguiente fase consistió en preparar una instalación experimental y aplicarla a la cocina solar. Los objetivos consistían en encontrar las magnitudes físicas relevantes para caracterizar el funcionamiento del horno solar, los instrumentos de medida convenientes y finalmente integrar dichos instrumentos en una estructura que permitiese la mayor cantidad de datos experimentales posibles con la menor cantidad de mantenimiento posible.

El resultado final fue una instalación formada por una serie de sensores, que enviaban sus lecturas a unos data loggers que traducían las señales en datos y los almacenaban. En definitiva, la instalación experimental consiguió grandes conjuntos de datos experimentales, en todo tipo de condiciones ambientales, con precisión y con fiabilidad.

Las campañas de mediciones permitieron obtener algunas conclusiones importantes sobre el horno solar fabricado:

- El aparato es capaz de acumular energía tal como estaba previsto.
- Los materiales no se deterioran ni sufren alteraciones durante el funcionamiento.
- El aparato no tiene potencia suficiente para hervir cantidades significativas de agua. En condiciones óptimas es capaz de llevar a estado de saturación un recipiente mediano de agua.

Paralelamente a la construcción y estudio experimental del horno solar se diseñó y elaboró un modelo teórico basado en el diseño construido. Los objetivos de este modelo teórico eran calcular de manera teórica el funcionamiento del horno solar, incluyendo sus reacciones ante condiciones ambientales cambiantes.

Este modelo teórico se construyó en base a los conocimientos adquiridos en Ingeniería Industrial. El resultado final tiene las siguientes características:

- El modelo teórico calcula las temperaturas de hasta 13 puntos significativos del horno solar.
- Es capaz de calcular la evolución de estas temperaturas en función de condiciones ambientales variables con el tiempo.
- Todos estos cálculos describen las 13 temperaturas representativas cada segundo en el total de un periodo de 24 h.
- Los resultados completos correspondientes a 24 horas tardan en obtenerse tan sólo en unos pocos segundos. Este es el tiempo que tarda un ordenador en llevar a cabo los cálculos.

Desafortunadamente, se demostró que el modelo no consigue resultados correctos para las temperaturas según las mediciones experimentales. Aunque sí que consigue predecir con éxito las tendencias de crecimiento, decrecimiento, máximos absolutos y relativos de cada temperatura.

El siguiente paso lógico en el trabajo consiste en poner en común los datos teóricos y experimentales. El objetivo final es convertir el modelo teórico en una herramienta capaz de predecir el funcionamiento del horno solar ante cualquier condición ambiental.

La comparación de resultados teóricos y experimentales desembocó en una serie de ajuste en el modelo. Se pudo demostrar que el diseño de la estructura del modelo teórico es correcto, aunque se cometen errores de cálculo debido a algunos parámetros físicos que son muy difíciles de averiguar con precisión de forma teórica.

Tras los ajustes efectuados, el resultado final es un modelo teórico corregido que se ha demostrado que nunca comete errores superiores al 5 %. Independientemente de las condiciones ambientales sobre las que tenga que calcular.

El modelo teórico corregido permite predecir el funcionamiento del horno en cualquier condición ambiental siempre que se tengan datos fiables de radiación solar y temperatura ambiente. La siguiente fase del trabajo consiste en aprovecharse de esta herramienta de cálculo para averiguar cómo funciona el horno solar en diferentes partes del mundo. Tras estudiar datos procedentes de Nicaragua, India, Bolivia y Etiopía se llegó a las siguientes conclusiones:

- El horno no es capaz de hervir cantidades significativas de agua independientemente de la localización geográfica en que funcione.
- El horno solar sí es capaz de poner en condiciones de saturación el agua contenida en recipientes de tamaño mediano. Aunque sólo en épocas cercanas al solsticio de verano siempre que el día sea soleado.
- En épocas cercanas al solsticio de invierno, en condiciones de día despejado, el horno solar sólo es capaz de llevar agua al estado de saturación en latitudes cercanas al ecuador.
- En días nublados o con niebla el horno en ningún caso es operativo. Aunque sí tiene capacidad de acumular cierta cantidad de energía procedente de la radiación solar difusa.

Tras llevar a cabo los estudios descritos anteriormente, se han dejado abiertos una serie de campos en los que se puede trabajar en mayor profundidad:

- Estudio de las condiciones de contorno del modelo teórico. Demostrar que la hipótesis propuesta $Q_{REF} \approx (Q_1 + Q_2)/2$ es correcta. Se sugiere como primera aproximación para demostrar la hipótesis lo siguiente: comprobación en primer lugar de que la variación del perfil de temperaturas en un sólido sufre una variación más lenta que el cambio de las condiciones ambientales. Si se consigue demostrar que en todo momento el perfil de temperaturas en un sólido se puede aproximar a una función de segundo grado entonces la hipótesis inicial es correcta.
- Estudio del fenómeno físico por el que la placa de acumulación del horno solar se enfría con respecto a la temperatura ambiente en ausencia de radiación solar. Inclusión de este fenómeno físico en el modelo teórico.
- Estudio experimental para determinar la cantidad de energía específica necesaria para preparar diferentes tipos de alimentos. Adaptación del modelo teórico para ofrecer como salida la cantidad de energía transformada en incremento de temperatura en su interior. El presente trabajo ha evaluado la capacidad de funcionar del horno en función de su temperatura interna cuando la magnitud significativa es la cantidad de energía que el horno puede entregar para cocinar alimentos.

BIBLIOGRAFIA

[1]

Fundamentos de Transferencia de Calor
Frank P. Incropera
Prentice Hall 4ª Edición 1999

[2]

Apuntes de la asignatura “Termodinámica Industrial”
Primer curso de Ingeniería Técnica Industrial: Mecánica
Universidad Carlos III de Madrid

[3]

Apuntes de la asignatura “Thermal and Fluid Engineering”
Cuarto curso de Ingeniería Técnica Industrial: Tecnologías Energéticas
Grupo Bilingüe
Universidad Carlos III de Madrid

[4]

Apuntes de la asignatura “Métodos Numéricos”
Segundo curso de Ingeniería Técnica Industrial: Mecánica
Universidad Carlos III de Madrid